المحاضرة الثانية عشرة

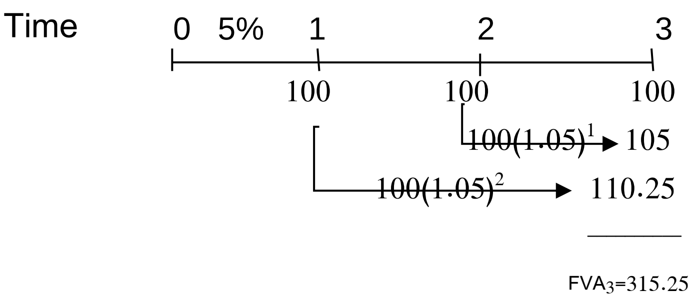
سادسا:القيمة المستقبلية للدفعة السنوية

تكون الدفعة السنوية annuity دفعات متساوية تدفع على فترات ثابتة لعدد معين من الفترات . مثال ذلك تكون 100 دينار في نهاية كل من 3 سنوات التالية مبلغا سنويا 3 سنوات . يعطي الرمز PMT للدفعات والتي يمكن ان تحدث اما في بداية كل فترة ، او في نهايتها فاذا حدثت الدفعات في نهاية كل فترة كما تحدث بصورة تقليدية يسمى المبلغ السنوي دفعة سنوية معتادة او مؤجلة وتتحدد الدفعات السنوية للسداد القروض العقارية القروض السيارات او قروض الطلبة كدفعات سنوية معتادة . واذا دفعت الدفعات في بداية كل فترة فيكون المبلغ السنوي دفعة سنوية مستحقة فتتحدد الدفعات اقساط التأمين كدفعات سنوية مستحقة تقليدية ونظرا لان الدفعات السنوية المعتادة تكون اكثر شيوعا في التمويل فعند استخدام مصطلح دفعة سنوية ان نفترض ان المدفوعات تحدث في نهاية كل فترة .

أ-الدفعات السنوية المعتادة **ordinary annuities**

تتكون الدفعة السنوية المعتادة ، او المؤجلة ، من سلسلة من المدفوعات المتساوية التي تدفع في نهاية كل فترة اذا اودعت 100 دينار في نهاية كل سنة لثلاث سنوات في حساب توفير يدفع 5% فائدة في السنة ، كم ستحصل عليه في نهاية الثلاث سنوات ؟ للاجابة على هذا السؤال ، يجب ان نجد القيمة المستقبلية للدفعة السنوية FVAn يحدث تركيب كل دفعة في نهاية الفترة n ويكون حاصل جمع الدفعات المركبة القيمة المستقبلية للمبلغ السنوي .

خط الزمن



نبين هنا خط الزمن المعتاد كجزء علوي من الشكل كما نبين كيفية تركيب كل تدفق نقدي لانتاج FVA في الجزء السفلي من الشكل

المعادلة

$$FVA_n = PMT\left(\frac{(1+r)^n - 1}{r}\right)$$

$$= PMT(FVIFA_{r,n})$$

$$=100 \left(\frac{(1+0.05)^3 - 1}{0.05}\right)$$

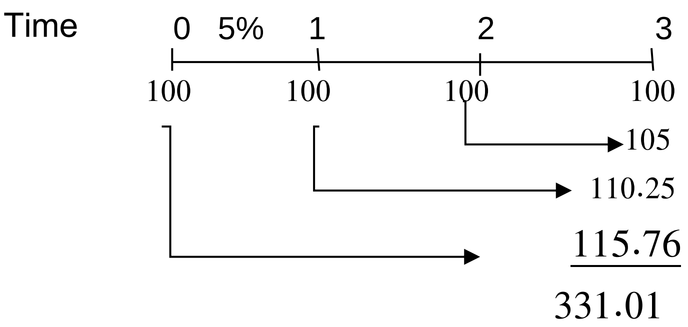
$$=100(3.152)$$

$$=315.25$$

ب- الدفعات السنوية المستحقة Annuities

إذا كانت هنالك ثلاث دفعات من 100 دينار في المثال السابق تدفع في بداية كل سنة ، فيطلق على الدفعة السنوية اسم الدفعة السنوية المستحقة . وعلى خط زمن يمكن ان ترحلكل دفعة الى اليسار لفترة سنة ، لذلك يمكن تركيب كل دفعى لسنة اضافية واحدة

خط الزمن



مرة اخرى يظهر خط الزمن في الجزء العلوي من الشكل وتحسب القيم بالالة الحاسبة المعتادة وتظهر تحت السنة 3 وتحسب القيمة المستقبلية لكل تدفق نقدي وتجمع هذة القيم المستقبلية مع بعضها بعض ليجاد الدفعة السنوية المستحقة وتحدث المدفوعات مبكرا لذلك يحدث كسب فائدة اكبر ،وعلى هذا تكون القيمة المستقبلية للمبلغ السنوي المستحق – فهي 331.01 دينار مقابل 315.25 دينار للمبلغ السنوي المعتاد.

$$FVA_n = PMT\left(\frac{(1+r)^n - 1}{r}\right)(1 + r) \qquad \text{المعادلة}(4-3)$$

$$= PMT(FVIFA_{r,n})$$

الفرق الوحيد بين المعادلتين اعلاه هو تركيب كل حد في المعدلة الاخيرة لفترة اضافية واحدة مما يعكس الحقيقة ام كل دفعة سنوية مستحقة تحدث فترة واحدة مبكرة عن نظيراتها للمبلغ السنوي المعتاد.

الحل:

$$FVA_n=100\left(\frac{(1+0.05)^3-1}{0.05}\right)(1+0.05) = 100(3.1525)(1.05)= 331.01.$$

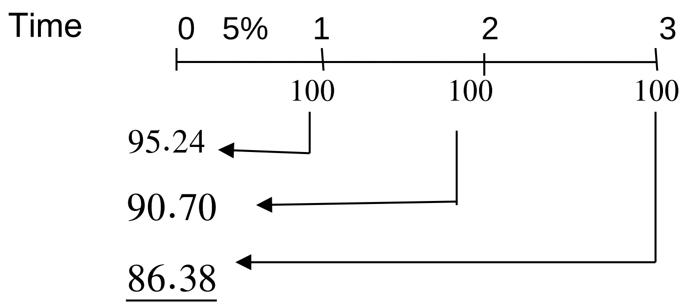
سابعا:القيمة الحالية للدفعة السنوية

افرض ان لديك البدائل التالية (1)دفعة سنوية لثلاث سنوات بمدفوعات قدرها 100 دينار ، أو (2) دفعة اجمالية اليوم . وانت ليست في حاجة اللى النقود خلال 3 سنوات القادمة ، لذالك إذا قبلت الدفعة السنوية فسوف تودع الدفعات في حساب بنكي يدفع فائدة 5% في السنة . وبالمثل يمنك ايداع الدفعة الاجمالية في الحساب البنكي . كم يكون حجم الدفعة الاجمالية اليوم لتتكافأ مع الدفعات السنوية؟

أ-الدفعات السنوية المعتادة:

إذا اتت المدفوعات في نهاية كل سنة ،فتكون الدفعة السنوية دفعة سنوية معتادة ، وتتحدد كما يلي :

خط الزمن



pVA=272.32

يظهر خط الزمن المعتاد في قمة الشكل، وتظهر قيم الحل العددي في العمود اليسر من الشكل . وتكون pv للمبلغ السنوي PVA = 272.32 دينار

المعادلة فيما يلي المعادلة العامة المستخدمة لحساب PV للدفعة السنوية المعتادة

$$VA_n = PMT\left(\frac{1-\frac{1}{(1+r)^n}}{r}\right)$$

$=PMT(PVIFA_{r,n})$

يكون معامل فائدة القيمة المستقبلية للمبلغ السنوي لقيم r و n future value interest rate of an annuily($FVIFV_{r,n}$)

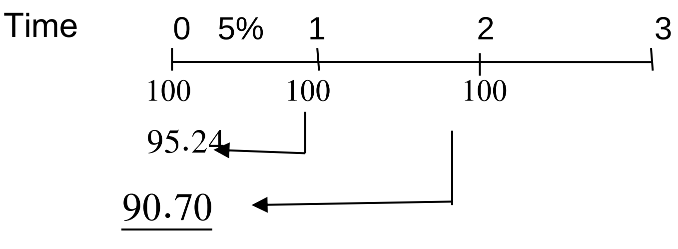
يبين القسم السفلي من خط الزمن الحل العددي محسوبا باستخدام السطر الاول من المعادلة (5−3)حيث حسبت القيمة المستقبلية لكل تدفق نقدي وجمعت هذه القيم المستقبلية لايجاد fv للدفعات السنوية وهي 272.32دينار واذا كانت الدفعات السنوية كثيرة فمن الاسهل استخدام المعادلة(3−5)

$$=100\left(\frac{1-\frac{1}{(1+0.05)^3}}{r}\right)$$

=100(2.7232)=272.32.

ب-الدفعات السنوية المستحقة Annuities Due

اذا حدثت الثلاث دفعات البالغ قيمة كل منها 100 دينار في المثال السابق في بداية كل سنة ستكون الدفعة دفعة سنوية مستحقة ويمكن ان ترحل كل دفعة سنوية واحده الى اليسار ، ولذلك تخصم دفعة بسنة واحد اقل وفي ما يلي خط الزمن :



PVA = 285.94

مرة اخرى نحسب القيمة المستقبلية لكل تدفع نقدي وتجمع هذه القيم المستقبلية مع بعضها لايجاد FV للدفعة السنوية المستحقة ويظهر هذا في القسم السفلي من شكل خط الزمن وتزداد PV للمبلغ السنوي المستحق عن المبلغ السنوي المعتاد لتصبح 258.94 مقابل 272.32 لحدوث التدفق النقدي قريبا :

(6−3)

$$VA_n = PMT\left(\frac{1-\frac{1}{(1+r)^n}}{r}\right)(1+r)$$

$$=PMT(PVIFA_{r,n})\ (1+r)$$

$$=100\left(\frac{1-\frac{1}{(1+0.05)^3}}{r}\right)(1+o.05)$$

$$=100(2.7232)(1+0.05)=285.94.$$

ثامنا:الدفعات اللانـهاية :

تستدعي معظم الدفعات السنوية عمل دفعات خلال فترة زمنية محددة مثال ذلك 100 دينار في السنة لمدة ثلاث سنوات إلا ان بعض الدفعات السنوية تستمر بصورة لا نهاية او أبدية او دائمة Perpetuities وتحسب القيمة الحالية للدفعات للانهاية باستخدام المعادلة (7−3)

$$PV(Perpetuities)=\frac{\text{الدفعة}}{\text{معدل الفائدة}}=\frac{PMT}{r}$$

$$PV(Perpetuities)=\frac{100}{0.05}\qquad =2000$$

تاسعا:مدفوعات التدفقات النقدية غير المتساوية

يمكن تعريف الدفعة السنوية بانها تدفقات نقدية غير متساوية او غير ثابتة مثال ذلك تدفع الاسهم العادية مدفوعات متزايدة من خصص الارباح مع مرور الوقت وعادة لا تنتج استثمارات الاصول الثابتة مثل المعدات الجديدة تدفقات نقدية ثابتة وبالتالي ، من الضروري توسيع مناقشتنا للقيمة الزمنية لتشمل التدفقات النقدية الغير متساوية :