التمثيل الهندسي للعدد المعقد

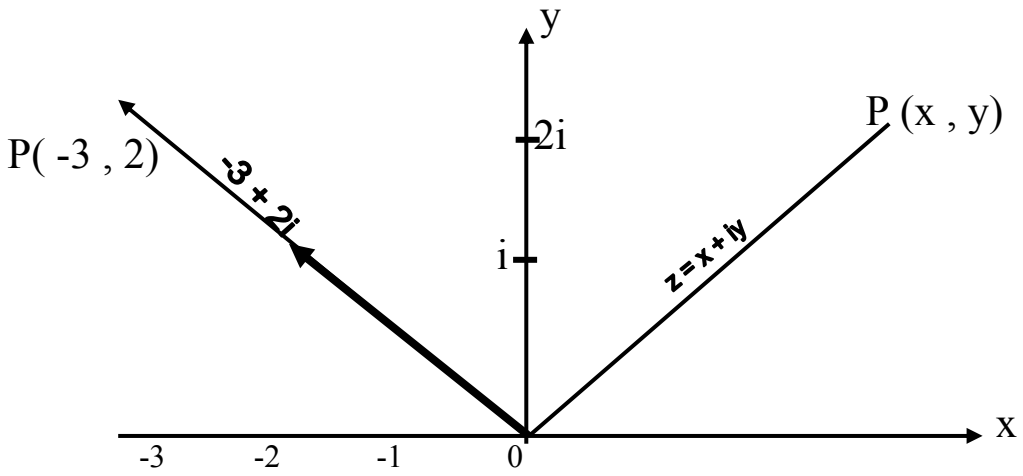
(Geometric Representation of a Complex Number)

أن كل عدد معقد $Z = x + iy$ يقابل نقطة احداثياتها (x , y) من المستوي $x\ y$ وبالعكس (أي أن كل نقطة في المستوي $x\ y$ تقابل عدداً معقداً) وكل عدد معقد Z يمكن تمثيله بمتجه Vector (مبدؤه نقطة الأصل ونهايته النقطة التي تقابل ذلك العدد .

يسمى المحور x بالمحور الحقيقي والمحور y بالمحور الخيالي والمستوي $x\ y$ بمستوي الأعداد المعقدة أو المستوي Z .

مثال

العدد المعقد $-3 + 2i$ يقابل النقطة $P (-3 , 2)$ كما في الشكل



ملاحظة :

أن المسافة بين نقطتين ممثلتين بالعددين المعقدين Z_2 , Z_1 هي

$$|Z_1 - Z_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

كيفية تمثيل النقاط في المستوي المعقد

(1) الأعداد المعقدة التي تقابل نقاط واقعة على محيط دائرة مركزها الأصل ونصف قطرها r تحقق المعادلة $|Z| = r$ ، حيث r عدد حقيقي موجب.

أي أن $x^2 + y^2 = r^2$

(2) الأعداد المعقدة التي تقابل نقاط واقعة على محيط دائرة مركزها النقطة $Z_0 = x_0 + iy_0$ ونصف قطرها عدد حقيقي موجب r تحقق المعادلة

$$|Z - Z_0| = r$$

أي أن $|Z-Z_0|=r$ $\Leftarrow$ $|(x+iy)-(x_0+iy_0)|=r$

$\Leftarrow$ $|(x-x_0)+(y-y_0)i|=r$

$\Leftarrow$ $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$

(3) النقاط التي تحقق المتباينة $|Z-Z_0|\leq r$ تقع داخل وعلى محيط الدائرة التي مركزها Z_0 ونصف قطرها r .

والآن سنعطي مجموعة من الأمثلة المتنوعة التي تخص هذا الموضوع:

Q: Sketch (Draw):

1) $|Z|\leq 2$
2) $|Z+1+i|\leq 2$
3) $0<|Z|\leq 2$
4) $|Z+2i|\geq 1$
5) $\mathrm{Re}(Z+2)=-1$
6) $|Z-5|=6$
7) $|Z-(1+i)|=2$
8) $\mathrm{Im}(Z+2)=3$
9) $|Z+i|=|Z-i|$
10) $|Z+i|<|Z-i|$
11) $\left\{\mathrm{Re}\left(\frac{1}{z-1}\right)-1\right\}\leq 0$
12) $\mathrm{Im}\left(\frac{1}{z}\right)>1$