**مثال**

احسب قيم احتمالات وقوع كل الاحداث المختلفة التي تقع عند الرمي العشوائي لأربع عملات معدنية.

$$P(m) = g_m P_1 P_2 = \frac{N!}{m!(N-m)!} * P^m P q^{N-m}$$

$$P(0) = P(4) = \frac{1}{16} \qquad , \qquad P(1) = P(3) = \frac{1}{4}$$

$$P(2) = \frac{3}{8}$$

$$P(2) + P(0) + P(1) + P(3) + P(4) = 1$$

$$\sum_{m=0}^{4} P(m) = 1$$

**مثال:** عند الرمي العشوائي لخمسة مكعبات زهرة النرد احسب احتمالية ظهور رقم 6 إلى الاعلى في التوزيعات المختلفة التالية:-

أ- لزهرة نرد واحدة فقط

ب-لزهرة نرد واحدة على الاقل

ت- لزهري نرد

الحل

نستعمل توزيع ذي الحدين للأجابة على الجزئين (أ و ت)

لتكن P احتمالية ظهور الرقم 6 إلى الاعلى في زهر نرد واحد لذلك فان

$$P = \frac{1}{6}$$

و لتكن q هي احتمالية عدم ظهور الرقم 6 إلى الاعلى في زهر نرد واحد وهي:-

$$q = \frac{5}{6}$$

أ- احتمال ظهور الرقم 6 إلى الاعلى في نرد واحد فقط

$$P(1) = C_1^5 \, (\frac{1}{6})(\frac{5}{6})^5 = \frac{5!}{1!*4!} * \frac{1}{6} * (\frac{5}{6})^5$$

ج-

$$P(2) = C_2^5 \, (\frac{1}{6})^2 (\frac{5}{6})^3 = \frac{2}{5} (\frac{5}{6})^5$$

اما في الجزء (ب) في هذه المسالة حساب ظهور الرقم 6 إلى الاعلى في نرد واحد على الاقل

$P_i = P_{(1)}$ or $P_{(2)}$ or $P_{(3)}$ or $P_{(4)}$ or $P_{(5)}$

$$p_{(0)} = C_0^5 * (\frac{1}{6})^0 (\frac{5}{6})^{5-0} = (\frac{5}{6})^5$$

$$\sum_{m=0}^{5} P_{(m)} = P_{(0)} + P_{(i)} = 1$$ الشرط المعياري

$$P_i = 1 - P_{(0)} = 1 - (\frac{5}{6})^5$$

**7- القيم المتوسطة الاحصائية mean statistical values** : لو فرضنا ان المتغير (u) في المجموعة N ياخذ القيم المحددة $(u_1, u_2, u_3, \ldots..)$ فاذا كانت نتيجة المشاهدات

(الاحـداث) علـى التجمعـات الاحصـائية N للمجموعـة N (أو تكـرار المشـاهدة عـدد N مـن المرات على نفس المجموعة N) كانت كالآتي:-

عدد $N_1$ مجموعة اظهرت الحدث (المشاهدة) ($u_1$)

عدد $N_2$ اعطت $u_2$ و $N_\alpha$ اعطت $u_\alpha$

$$\sum_{i=0}^{\alpha} N_i = \mathrm{N}$$

فان المتوسط الاحصائي $\bar{u}$ للحدث u يعرف بالمعادلة التالية:-

$$\bar{\mathrm{u}} = \frac{\mathrm{N}_1 u_1 + \mathrm{N}_2 u_2 + \mathrm{N}_3 u_3 + .........+ \mathrm{N}_\alpha u_\alpha}{N_1 + N_2 + N_3 + ........+ N_\alpha}$$

$$P_\alpha = \frac{N_\alpha}{\mathrm{N}} \Rightarrow \bar{\mathrm{u}} = \sum_{i=1}^{\alpha} \mathrm{P}_\alpha u_\alpha$$

حيث ان ($P_\alpha$) هي احتمالية ان ياخذ المتغير u القيمة المحددة $u_1$ مثلا في أي مجموعـة واحـدة من التجمعات الاحصائية.

كذلك اذا كانـت ((F(u)) دالـة اختياريـة ل(u) فـان المتوسـط الاحصـائي $\overline{F(u)}$ للدالـة F(u) يعرف بالعلاقة التالية:-

$$\overline{F(u)} = \sum_{r=1}^{\alpha} P_r F(ur)$$

و كذلك نلاحظ ان المتوسط الاحصائي لمجموع الدالتين F(u) وg(u) تعطى بالعلاقة التالية:-

$$\overline{g(u)+F(u)} = \overline{g(u)} + \overline{F(u)}$$

$$\overline{g(u)+F(u)}=\sum_{r=1}^{\alpha}P_r[F(ur)+g(ur)]$$

$$=\sum_{r=1}^{\alpha}P_rF(ur)+\sum_{r=1}^{\alpha}P_rg(ur)$$

$$=\overline{F(u)}+\overline{g(u)}$$

كذلك فان:-

$$\overline{[CF(u)]}=C\sum_{r=1}^{\alpha}P_rF(ur)=C\overline{F(u)}$$

وكذلك فان:-

$$\overline{F(u)*g(u)}=\overline{F(u)}*\overline{g(u)}$$

**8- الانحـراف deviation:** الانحـراف ($\Delta u$) فـي القيمـة للمتغيـر (u) هـو بـالتعريف يساوي مقدار الفرق بين قيمة المتغير (u) في مشاهدة ما و القيمة المتوسطة الاحصـائية ($\bar{u}$) لذلك المتغير. أي ان:-

$$\Delta u=(u-\bar{u})$$

من الواضح ان المتوسط الاحصائي للانحراف ($\Delta u$) يعني ($\overline{\Delta u}$) ويساوي:-

$$\overline{\Delta u}=\overline{(u-\bar{u})}=\bar{u}-\bar{u}=0$$

**9- التشتت Dispersion :** يسمى المقدار $\overline{((\Delta u)^2)}$ بالتشتت بقيم المتغير (u) أو التغـاير (variance) وهـو يمثـل متوسـط مربـع الانحـراف للمتغيـر (u) و هـو كميـو موجبة دائما.

و نلاحظ ان:-

$$\overline{(\Delta u)^2} = \overline{(u-\overline{u})^2} = \overline{u^2 - 2u\overline{u} + \overline{u}^2}$$

$$= \overline{u^2} - 2\overline{u}\overline{u} + \overline{u}^2$$

$$= \overline{u^2} - \overline{u}^2$$

فالتشــتت فــي المعادلــة الاخيــرة لقيمــة u لا يســاوي صــفر الا فــي حالــة واحــدة فقــط عندما $\overline{u_r} = u_r$ (ناقش العبارة).

**10- الانحراف المعياري standard deviation :** يعرف الانحراف المعياري δ لمتغير u بانه الجذر التربيعي للتشتت أي ان:-

$$\delta = \left(\overline{(\Delta u)^2}\right)^{\frac{1}{2}} = (\overline{u^2} - \overline{u}^2)^{\frac{1}{2}}$$

**الحالات المجهرية و الحالات المنظورة:**

ان مفهوم الحالات المجهرية (التفصيلية) و الحالات المنظورة (الكبيرة المحسوسة) يلعب دور كبير في توضيح الميكانيك الاحصائي و يمكن توضيحه باللجوء إلى فكرة سكان فندق أو محتوى مجاميع خلايا فضاء الطور.

فلو فرضنا ان $g_i$ تمثل عدد خلايا فضاء الطور التي تعود إلى المجموعة (i) التي طاقتها (Ei) كما في حالة غرف فندق فبعضها مشغول وبعضها فارغ.

فالحالة المنظورة تقوم بتحديد عدد نزلاء الخلايا في المجاميع M في تحدد مثلا بتعيين عدد الذرات في كل مجموعة من الخلايا و هي تساوي ($N_1$) و ($N_2$) و ($N_M$)

ومن الواضح ان الحالة المنظورة هي توزيع في فضاء الطور فهي تعين مجموعة الذرات و ليست الكيفية التي تتوزع بها في كل مجموعة من الخلايا في تعرف بالخواص المنظورة أو القابلة للقياس لنظام الغاز مثلا.

اما الحالة المجهرية فهي تعين الكيفية التي تتوزع فيها الذرات بين خلايا فضاء الطور.

ان الخـواص القابلـة للقيـاس مـثلا الضـغط و درجـة الحـرارة تعتمـد علـى عـدد الحسيمات التـي تتواجد في خلايا فضاء الطور المختلفة .

اما الحـالات المجهريـة فهـي تشير إلـى عـدد الجسيمات و هويتهـا . وبمـا اننـا نقتصـر فـي تحليلنـا على الاتزان الاحصـائي حيث تثبت فيـه القيم القابلـة للقيـاس تقريبـا لأعداد هائلـة من الحـالات المجهرية لذلك يمكن القول ان الحالة المنظورة الاكثر احتمالا هي التي تحدث في حالة الاتـزان الاحصـائي. و مـن الواضـح ان مجموعـة الجسيمات N فـي النظـام (مـا عـدا نظـام الفوتونـات) يساوي مجموع الجسيمات في مستويات الطاقة.

$$\sum_{i=0}^{i=M} N_i = N \qquad \text{------------(1)}$$

و ان مجموع الطاقة E يساوي مجموع طاقة الجسيمات في النظام:-

$$\sum_{i=0}^{i=M} N_i E_i = E \quad \text{------------(2)}$$

وقد يكـون بعـض هـذه الطاقـة كامنـة مصـدرها مجـال تثـاقلي أو كهربـائي أو مغنـاطيسـي (قـوى محـافظة) و البعض الآخر طاقة حركية (انتقالية أو دورانية أو اهتزازية )فاذا كانت الجسيمات طليقة فان طاقتها الكامنة تهمل و تسمى الطاقة الكلية للنظام عندئذ بالطاقة الداخلية.

$$\sum_{i=0}^{i=M} N_i E_i = U \quad \text{-----------(3)}$$

وهي تبقى ثابتة المقدار اذا كان النظام معزول.