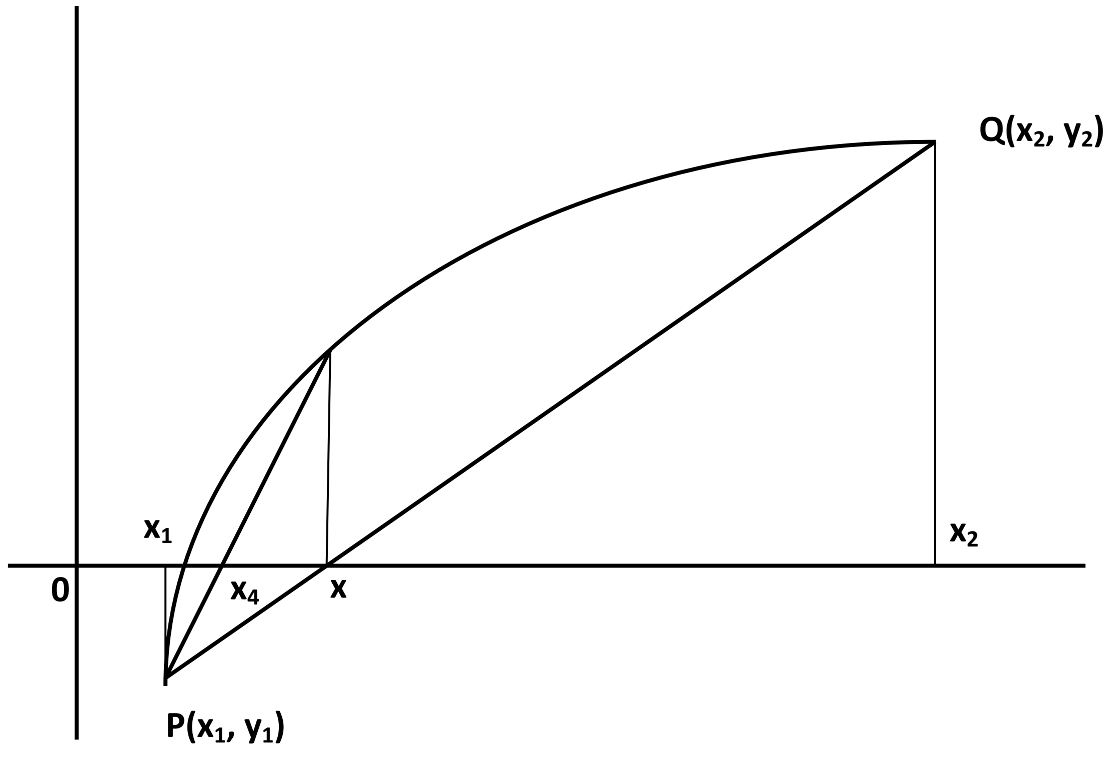
حلول المعادلات غير الخطية

طريقة الموضع الكاذب FALSE POSITION METHOD

تعتبر هذه الطريقة من الطرق القديمة لحساب جذور المعادلة $f(x)=0$. في هذه الطريقة نجد أولاً عددين x_1 و x_2 بحيث يقع الجذر المطلوب بينهما. أي إن مخطط الدالة $y=f(x)$ يقطع المحور x بين x_1 و x_2 وإن القيمتين $y_1=f(x_1)$ و $y_2=f(x_2)$ مختلفتي الإشارة.

بما أن بالإمكان تقريب أية قطعة مستقيم من منحني أملس بخط مستقيم لذا سوف نفترض أن قطعة المستقيم بين النقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) بمثابة تقريب للدالة f في الفترة $[x_1, x_2]$ وبالتالي نعتبر نقطة تقاطع المستقيم هذا مع المحور x قيمة تقريبية لجذر المعادلة $f(x)=0$. هذه هي القاعدة الأساسية التي تعتمد عليها طريقة الموضع الكاذب وتشتق الصيغة العامة لحساب والجذر كما يأتي:



في الشكل أعلاه، نفرض أن قطعة المستقيم الواصلة بين $P(x_1, y_1)$ و $Q(x_2, y_2)$ تقطع المحور x في x_3 وعليه تكون معادلة المستقيم QP:

$$\frac{y - y_2}{x - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

نفترض أن $y=0$ نحصل على الصيغة:

$$x = x_2 - \frac{y_2(x_2 - x_1)}{y_2 - y_1}$$

$$x = \frac{x_1 . y_2 - x_2 . y_1}{y_2 - y_1}$$

إن القيمة X لا تعتبر تخميناً جيداً للجذر، وذلك لأن الدالة f ليست بالضبط الخط المستقيم بين P و Q لذلك يجب إيجاد تقريب أفضل لجذر المعادلة. ويتم هذا بإعادة الأسلوب أعلاه بعد تعيين القيمتين الجديدتين حول الجذر. فنقوم أولاً بحساب $y=f(x)$ وبيان اختلاف إشارتهما مع y_1 أو y_2 فإذا كان $y_1 . y<0$ فإن الجذر يقع بين x_1 و x وبخلاف ذلك فإن الجذر يقع بين x_2 و x.

علماً أنه يجب اختبار اختلاف الإشارة بين y_i و y_{i-1} في كل خطوة واختيار القيمتين الجديدتين حول الجذر في ضوء ذلك. وهكذا يكرر استخدام الصيغة إلى أن تصبح قيمة:

$$|x_1 - x| < \varepsilon$$

أي أقل من الخطأ المسموح به.

أو عندما $f(x)=0$ فذلك يعني أن x هو جذر المعادلة.

<u>مثال</u>: جد جذر المعادلة $f(x)=x. \ln(x)-1=0$ بطريقة الموضع الكاذب. في الفترة [1, 2] وبمقدار خطأ $\varepsilon=0.001$.

الجواب:

<u>Step 1:</u>

$f(x_1)=-1$

$f(x_2)=0.3863$

$$x = \frac{1 * (0.3863) - 2 * (-1)}{0.3863 + 1} = 1.7213$$

$|x_1 - x| = |1 - 1.7213| = 0.7213$

f(x)= - 0.0652

$x_1 = x$; $y_1 = y$;

$$x = \frac{1.7213 * (0.3863) - 2 * -0.0652}{0.3863 - (-0.0652)} = 1.7615$$

$|x_1 - x| = |1.7213 - 1.7615| = 0.0402$

f(x) =- 0.0027

$x_1 = x$; $y_1 = y$;

$$x = \frac{1.7615 * 0.3863 - 2 * (-0.0027)}{0.3863 - (-0.0027)} = 1.7632$$

$|x_1 - x| = |1.7615 - 1.7632| = 0.0017$

f(x)=-0.00004

$x_2 = x$; $y_2 = y$;

.

.

. etc.

واجب: عين مواقع الجذور للمعادلات التالية باستخدام طريقة الموضع الكاذب:

1. $f(x)=x^4 - 7x^3 + 3x^2 + 26x - 10=0$ في الفترة [-4, 0] وبخطأ $\varepsilon=0.001$.
2. $f(x) = x - \sin(x) - 1 = 0$.

برنامج طريقة الموضع الكاذب بنظام ال MATLAB

```
clc
f=inline('x*log(x)-1')
x1=input('x1=');
x2=input('x2=');
n=input('n=');
y1=f(x1);
y2=f(x2);
for i=1:n
    x=((x1*y2)-(x2*y1))/(y2-y1);
    y=f(x);
    disp(x)
    if (abs(y1*y) == 0)
       disp('the exact root is    ')
       disp(x)
       break
    end
    if abs(x1-x)<0.001
        break
    else
        if y1*y<0
           x2=x; y2=y;
        else
            x1=x; y1=y;
        end
    end
end
```

النتائج التي تظهر بعد التنفيذ:

1.7213

1.7615

1.7632

1.7632

نلاحظ أن هذه الطريقة أسرع من طريقة تنصيف الفترات في إيجاد القيمة التقريبية للجذر حيث احتاجت فقط إلى أربعة تكرارات لتتوصل إلى الجذر التقريبي.