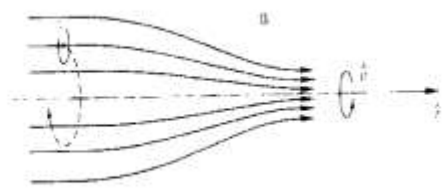
1المرايا المغناطيسية $\vec{B} \parallel \nabla|B|$:

لندرس مجالا مغناطيسيا موجه بشكل أساسي وفق المحور **z.** بفرض أن هذا المجال متناظر حول $B_\theta = 0$ و $\frac{\partial}{\partial\theta} = 0$، بما ان خطوط المجال $\vec{B}$ تتجمع وتتفرق ، من الضروري ان تكون لدينا مركبة B_r(شكل (2-5)) ولنبين ان هذا يؤدي الى نشوء القوة التي يمكنها وضع جزيئه ما في مجال مغناطيسي .



شكل (2-5) انجراف جزيئه ما في مجال مرآة مغناطيسية

يمكننا حساب قيمة B_r من $\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_r) + \frac{\partial B_z}{\partial_z} = 0 \qquad \text{------------(15-2)}$$

حيث
$$\left((\vec{\nabla}.\vec{B}) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial B_\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial B_z}{\partial_z}\right)$$

إذا كانت قيمة $\frac{\partial B_z}{\partial_z}$ معطاة في حالة $r = 0$ ولا تتغير بتغير $\mathbf{r}$ يكون لدينا بشكل تقريبي:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_r) = -\frac{\partial B_z}{\partial_z}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(rB_r) - r\frac{\partial B_z}{\partial_z}$$

$$rB_r = \int_0^r r\frac{\partial B_z}{\partial_z}dr = -\frac{1}{2}r^2\left[\frac{\partial B_z}{\partial_z}\right]_{r=0}$$

$$B_r = -\frac{1}{2}r\left[\frac{\partial B_z}{\partial_z}\right]_{r=0} \qquad \text{-----------(16-2)}$$

أن تغير $|\vec{B}|$ حول مركز توجيه بتغير r يسبب انجراف الأنحدار $(\mathrm{Drift}\vec{B} - Grad)$ لمركز التوجيه حول محور التناظر ولكن لا يحصل انجراف تدرج متجهي لأن $\frac{\partial B}{\partial 0} = 0$.

إن مركبات القوة المغناطيسية هي :

$$F_r = \frac{q}{c}(v_\theta B_z - v_z B_\theta)\vec{F} = \frac{q}{c}\vec{v}\times\vec{B}$$

--------------(1) (17-2)

$$F_\theta = \frac{q}{c}(\cancel{-v_r B_z} + v_z B_r) \qquad \begin{vmatrix} v_r & v_\theta & v_z \\ B_r & B_\theta & B_z \end{vmatrix} \begin{matrix} v_r \\ B_r \end{matrix}$$

(2)(3)

$$F_\theta = \frac{q}{c}(v_r B_\theta \cancel{-} v_\theta B_r)$$

(4)

الحدين المشطوبين مساويين للصفر عندما B_θ=0 ، والحدين (1) و (2) يعطيان دوران لامور العادي (يعطيان حركة في مستوي متعامد مع B_z) . الحد (3) ينعدم فوق المحور ؛ اما عندما لا ينعدم فإن القوة السمتية تسبب حركة انجراف باتجاه نصف القطر ، وحركة الانجراف هذه تؤدي ببساطة الى جعل مراكز التوجيه (guiding centers) تتبع خطوة القوة . الحد (4) هو الحد الذي يهمنا . باستخدام المعادلة (2-16) نحصل على :

$$F_z = \frac{1}{2}qv_\theta r\left(\frac{\partial B_z}{\partial z}\right); (cgs)F_z = \frac{1}{2}\frac{q}{c}v_\theta r\left(\frac{\partial B_z}{\partial z}\right)(\mathrm{mks}) \qquad \text{----------(18-2)}$$

يجب اخذ القيمة الوسطى لهذه القوة من اجل دورة كاملة . للسهولة نأخذ الجزيئات التي مركز توجيهها يقع على المحور . عندئذ تصبح $v_\theta = const.$ خلالدورة كاملة وبالاعتماد على ان اشارة q ، v_θ هي $\pm v_\perp$) دوران متوازن حول المحيط) وبما ان $r_L = r$ فان القيمة الوسطى للقوة F_z هي :

$$\bar{F}_z = \pm\frac{1}{2}qv_\perp r_L\frac{\partial B_z}{\partial z} = \mp\frac{1}{2}q\frac{v_\perp^2}{\omega_c}\frac{\partial B_z}{\partial z} = \frac{1}{2}\frac{mv_\perp^2}{B}\frac{\partial B_z}{\partial z}\text{(mKs)}$$

$$\bar{F}_z = \pm\frac{1}{2}qv_\perp r_L\frac{\partial B_z}{\partial z} = \mp\frac{1}{2}\frac{q}{c}\frac{v_\perp^2}{\omega_c}\frac{\partial B_z}{\partial z} = \frac{1}{2}\frac{mv_\perp^2}{B}\frac{\partial B_z}{\partial z} \qquad \text{------------------------(19-2)}$$

(cgs)

سوف ندعو المقدار التالي العزم المغناطيسي لدوران الجسيمة :

$$\mu = \frac{1}{2}mv_\perp^2|B \qquad \text{--------------------(20-2)}$$

وبالتالي :

$$\bar{F}_z = -\mu\frac{\partial B}{\partial z} \qquad \text{------------------------------------(21-2)}$$

وهذه الحالة مميزة لقوة مؤثرة على جزيئه دايامغناطيسية والتي يمكن كتابتها بشكل عام كما يلي :

$$\bar{F}_z = -\mu\frac{\partial B}{\partial \vec{s}} = -\mu\vec{\nabla}_\parallel B \qquad \text{------------------------(22-2)}$$

حيث $\vec{s}d$ عنصر خطي موجه وفق المجال المغناطيسي $\vec{B}$. سوف نشير الى ان التعريف **في المعادلة** (2-22**)**هو نفسه تعريف العزم المغناطيسي لحلقة تيار مساحتها**A** وشدة التيار المار فيها **I** :

$$\mu = \frac{1}{c}IS \qquad (\mu = IA)$$

في حالة ايون مشحون ومنفرد ، يتولد **I** من الشحنة e التي تدور $\frac{\omega_c}{2\pi}$ دورة في الثانية :

وعندئذ $\pi r_L^2 = \pi\frac{v_\perp^2}{\omega_c^2}$ **هي A المساحة** ، $I = {e\omega_c}/{2\pi}$:

$$\mu = \pi \frac{v_\perp^2}{\omega_c^2} . \frac{e\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2} \frac{v_{\perp e}^2}{\omega_c} = \frac{1}{2} \frac{mv_\perp^2}{B}$$

عندما تتحرك الجريئة في المناطق يكون فيها المجال المغناطيسي اقوي أو اضعف ، فان نصف قطر لارمور لهذه الجريئة يتغير ، ولكن μ يبقى ثابتا . لإثبات ذلك ، سندرس مركبة معادلة الحركة وفق الاتجاه $\vec{B}$:

$$m \frac{dv_\parallel}{dt} = -\mu \frac{\partial B}{\partial s} \qquad \text{--------------(23-2)}$$

نضرب بـ $v_\parallel$ من اليسار ، ومن اليمين بمساويتها $\frac{ds}{dt}$ نحصل على :

$$mv_\parallel = \frac{dv_\parallel}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_\parallel^2\right) = -\mu \frac{\partial B}{\partial s}\frac{ds}{dt} = -\mu \frac{dB}{dt} \quad \text{-----------------(24-2)}$$

هنا $\frac{dB}{dt}$ هو تغير B كما يظهر من الجزيئة ، $\vec{B}$ بحد ذاته ثابت مع الزمن . طاقة الجزيئة تبقى محفوظه وبالتالي :

$$\left(\frac{1}{2}mv_\parallel^2 + \frac{1}{2}mv_\perp^2\right) = \quad = \ 0 \qquad \text{------------------(25-2)}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_\parallel^2 + \mu B\right)$$

بأستخدام المعادلة (24-2) نحصل على :

$$-\mu \frac{dB}{dt} + \frac{d}{dt}(\mu B) = 0$$

$$-\mu \frac{dB}{dt} + \mu \frac{dB}{dt} + B \frac{d\mu}{dt} = 0$$

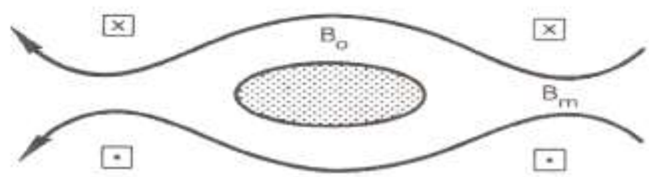
وبالتالي :

$$\frac{d\mu}{dt} = 0 \mu = \left(\frac{1}{2}mv_\perp^2\right) | B \qquad \text{------------------(26-2)}$$

إن عدم تغير μ هو الفكرة الاساسية في اختزان البلازما **(حصر البلازما):**

المرآة المغناطيسية **.** عندما تتحرك جزيئه ما بفضل حركتها الحرارية من منطقة ذات مجال ضعيف إلى منطقة ذات مجال أقوى ، تتزايد سرعتها $v_\perp$ بتزايد B لكي يبقى μ ثابتا.

وبما إن الطاقة الكلية للجزيئة يجب إن تبقى ثابتة فإن $v_\parallel$ يجب ان تتناقص **.** إذا كان المجال $\vec{B}$ كبير بشكل كافي في عنق المراة ، فإن $v_\parallel$ يمكن ان تصبح مساوية للصفر وبالتالي ترتد الجزيئة بشكل معاكس نحو المجال الاضعف **.** بالطبع هذا الارتداد ناتج عن قوة $\vec{F}_\parallel$**.** إن المجال غير المنتظم لثنائية وشائع يكون مرآتين مغناطيسيتين ، يمكن للبلازما بينها ان تكون محصورة **.** وهذا ساري المفعول على الالكترونات والايونات ، وهذا لا حصر يكون مثاليا **.**(الشكل (2-6)) **.**



شكل (2-6)- تخزين (حصر) البلازما بين مرآتين مغناطيسيتين

مثلا : إن جزيئه ما معطاة ذو سرعة $v_\perp = 0$ لن يكون لها عزم مغناطيسي ولن تتأثر بأي قوة وفق أتجاه $\vec{B}$**.** أما جزيئه ذو سرعة $v_{\perp//v_\parallel}$ صغيرة **.** في مستوي التناظر**(**B_0=B**)** سوف تفلت أيضا إذا لم يكن المجال الاعظميB_m كبيرا بشكل كاف **.**

إذا من اجل مجالين معطيينB_0 وB_m أي الجزيئات ستفلت ؟

إن جزيئه ما ذات سرعة $v_\perp = v_{\perp 0}$ و$v_\parallel = v_{\parallel 0}$ في مستوي التناظر سوف يكون لها سرعة $v_\perp = v_\perp$ و$v_\parallel = 0$في نقطة الانعكاس ، ليكن المجال هناك B'، في هذه الحالة عدم تغير μ يعطي **:**

$$\frac{1}{2}\frac{mv_{\perp 0}^2}{B_0} = \frac{1}{2}\frac{mv_{\perp}^2}{B} \qquad \text{---------------------}(27\text{-}2)$$

إن إنحفاظ الطاقة يتطلب :

$$v_{\perp}^{'2} = v_{\perp 0}^2 + v_{\parallel 0}^2 = v_0^2 \qquad \text{------------------------}(28\text{-}2)$$

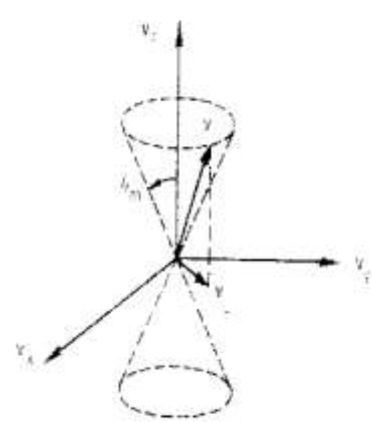
بدمج (2-27) و (2-28) نجد :

$$\frac{B_0}{B} = \frac{v_{\perp 0}^2}{v_{\perp}^{'2}} = \frac{v_{\perp 0}^2}{v_0^2} = \sin^2 0\left(\theta = (\vec{v}, B_0)\right) \qquad \text{----------------------}(29\text{-}2)$$

حيث θ هي الزاوية بين $\vec{v}$ و $\vec{B}$في منطقة المجال الضعيف إذا كانت θ صغيرة جدا وبالتالي $B^{'}$ يفوق B_m في (2-29) ، نجد أن اصغر زاوية لحصر الجزيئة هي :

$$sin^2\theta_{min} = \frac{B_0}{B_m} = \frac{1}{R_m} \qquad \text{---------------------}(30\text{-}2)$$

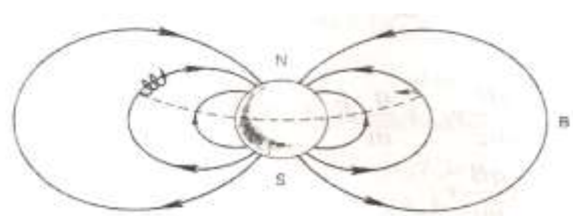
حيث R_m نسبة المرآة (نسبة الانعكاس). تحدد المعادلة (2- 30) حدود منطقة من الفضاء للسرعات تشبه المخروط ، تدعى مخروط الضياع (شكل (2 – 7).



شكل (2-7)- مخروط الضياع (الخسارة)

إن الجزيئات الواقعة داخل المخروط لا تختزن وبالتالي فان البلازما المحصورة بمرآة مغناطيسية لايمكن أن تكون متساوية الاتجاه (Isotropic) . من الجدير بالذكر إن هذا المخروط لا يتعلق لا بــ q ولا بــ m . إن الالكترونات والايونات تختزن جيدا بنسبة واحدة في حال عدم وجود صدمات . أما عندما توجد صدمات ، فان الجزيئات التي زاويتها بنتيجة الصدمات وتقع داخل المخروط تكون مفقودة . بشكل عام تكون الالكترونات أسهل إفلاتا لأنها تملك تواتر صدمات اكبر .

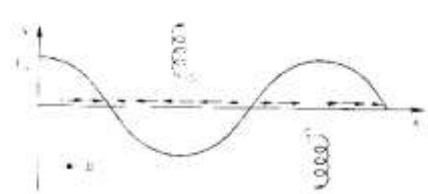
إن أول من درس المرآة المغناطيسية هو إنريكوفرمي (Enrico Fermi) كآلية لتسريع الأشعة الكونية . حيث أن البروتونات تكتسب طاقة كل مرة عند ارتدادها بين مرآتين مغناطيسيتين عندما تتحركان نحو بعضهما بسرعة كبيرة . كيف تنشا مثل هذه المرايا ؟، هذا سؤال آخر ! كمثال آخر يمكن أن نأخذ قرص فان الن (Van Allen belts) ، حيث أن المجال المغناطيسي الأرضي يكون قويا عند القطبين وضعيفا عند خط الاستواء ، وهو يشكل مرآة مغناطيسية ذو R_m كبيرة بشكل كاف أنظر الشكل(2-8)



الشكل (2-8) حركة جسيمة مشحونة في المجال المغناطيسي الأرضي

2- 3 المجال $\vec{E}$ غير المنتظم :

لنفرض ألان المجال المغناطيسي منتظم ، والكهربائي غير منتظم . للسهولة سوف نفرض ان $\vec{E}$ موجه وفق المحور $\vec{\chi}$ وهو متغير بشكل جيبي (Sinusoidally) وفق المحور $\vec{y}$) شكل (2 – 8))



شكل (2-8) انجراف مدار الجسيمة في مجال كهربائي غير منتظم

$$\vec{E} = \mathrm{E_0}(\cos \mathrm{Ky})\vec{\chi} \qquad \text{------------------(31 -2)}$$

هذا التوزع للمجال له طول موجة $\boldsymbol{\lambda} = \frac{2\pi}{\mathrm{K}}$ وهو التوزع الجيبي للشحنات التي يجب تعيينها الان **.** عمليا هذا التوزيع ينشا في البلازما أثناء الحركة الموجية . معادلة الحركة هي **:**

$$(\mathrm{cgs}) m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\left[\vec{E}(y) + \frac{1}{c}\vec{v}\times\vec{B}\right] \qquad \text{---------------------- (32 – 2)}$$

والتي لها المركبات المتعامدة التالية **:**

$$(\mathrm{cgs})\ v_{\mathrm{x}}' = \frac{\mathrm{qB}}{\mathrm{mc}}\mathrm{v_y} + \frac{\mathrm{q}}{\mathrm{m}}\mathrm{E_x(y)};\ \mathrm{E}' = \mathrm{i\omega E_x} \qquad \text{-----------------------------(33 -2)}$$

$$v_{\mathrm{x}}' = \frac{\mathrm{qB}}{\mathrm{mc}}\mathrm{v_x}$$

$$v_{\mathrm{x}}' = \frac{\mathrm{qB}}{\mathrm{mc}}\mathrm{v}_x \pm \omega_{\mathrm{c}}\frac{\mathrm{E_x'}}{\mathrm{B}}\mathrm{c} = -\omega_c^2\left(v_x \mp i\frac{\omega}{\omega_c}\frac{\tilde{E}_x'}{B}c\right) \qquad \text{-------------------(34 -2)}$$

$$(\mathrm{cgs})\quad v_{\mathrm{y}}'' = \omega_{\mathrm{c}}^2\mathrm{v_y} - \omega_{\mathrm{c}}^2\frac{\mathrm{E_x(y)}}{\mathrm{B}}\mathrm{c} = \omega_{\mathrm{c}}^2\left(\mathrm{v_y} + \frac{\tilde{\mathrm{E}}_{\mathrm{x}}}{\mathrm{B}}\mathrm{c}\right) \qquad \text{-------------(35-2)}$$

هنا **(y)** E المجال الكهربائي في النقطة التي توجد فيها الجزيئة ، الذي نسعى لمعرفته بالدرجة الأولى **.** إذا كان المجال الكهربائي ضعيفا ، يمكن أن نستخدم تقريب المدار غير القلق وذلك بغية معرفة **$\mathrm{E_x}$(y)** يعطي مدار الجزيئة في غياب المجال **E**وكما يلي **:**

$$y = y_0 \pm r_L cos\omega_c t \qquad \text{-------------------- (36-2)}$$

من المعادلتين **(** 2- 35**)** و **(** 2 – 31 **)** لدينا **:**

$$\mathrm{v_y''} = -\omega_{\mathrm{c}}^2\mathrm{v_y} - \omega_{\mathrm{c}}^2\mathrm{e}\frac{\mathrm{E_0}}{\mathrm{B}}\cos\mathrm{K}(\mathrm{y_0} \pm \mathrm{r_L}\cos\omega_{\mathrm{c}}\mathrm{t}) \qquad \text{-------------------------(36-2)}$$

نحن نبحث عن حل على شكل مجموع التدوير **(** التدويم **)** عند ω_c وانجراف ثابت

V_E(steady drift) بما إن إيجاد عبارة لـ V_E هو الذي يهمنا سنهمل الحركة الدوامية وذلك بأخذ القيمة الوسطى لدورة واحدة . المعادلة (2 – 34) تعطي عندئذ $\bar{v}_x = 0$. من الواضح أن للحد المهتز v_y'' في المعادلة (2- 36) قيمة وسطى هي الصفر وبالتالي :

$$\overline{v_y''} = 0 = -\omega_c^2 \bar{v}_y - \omega_c^2 c \frac{E_0}{B} \overline{\cos k(y_0 \pm \sqrt{L} \cos \omega_c t)} \quad \text{--------------------(37-2)}$$

بنشر تابع الجيب (cosine) نجد :

$$\cos(y_0 \pm r_L \cos\omega_c t) = \cos(ky_0)\,(\cos kr_L \cos\omega_c t) \pm \sin(ky_0)(\sin kr_L \cos\omega_c t)$$

--------(38-2)

تكفي دراسة حالة نصف قطر لارمور ، عندما $kr_L << 1$. منشوري تايلور:

$$\cos\varepsilon = 1 - \frac{\varepsilon^2}{2} + \cdots$$

------------------------(39-2)

$$\sin\varepsilon = \varepsilon + \cdots$$

ومن خلال ذالك يمكن أن نكتب :

$$\cos k(y_0 \pm r_L \cos\omega_c t) \simeq \cos(ky_0)\left[1 - \frac{1}{2}k^2 r_L^2 \cos^2\omega_c t\right] \mp \pm \sin(ky_0)\, kr_L \cos t$$

الحد الاخير ينعدم بأخذ القيمة الوسطى للزمن ، والمعادلة (2 – 37) تعطي :

$$(cgs)\bar{v}_y = -c\frac{E_0}{B}\cos(ky_0)\left(1 - \frac{1}{4}k^2 r_L^2\right)$$

-----------------------(40 -2)

$$= -c\frac{E_x(y_0)}{B}\left(1 - \frac{1}{4}k^2 r_L^2\right)$$

وفي هذه الحالة يعدل الانجراف العادي $\vec{E} \times \vec{B}$ يعدل بتأثير عدم التجانس الى الشكل :

$$\overrightarrow{v_E} = c\frac{\vec{E}\times\vec{B}}{B^2}\left(1 - \frac{1}{4}k^2 r_L^2\right) \qquad \text{--------------------}(41-2)$$

يمكن إيجاد السبب الفيزيائي لذلك بسهولة .

أن ايونا واقعا مع مركزه التوجيهي عند القيمة العظمى لـ $\vec{E}$ يقوم بعمل جيد اثناء وجوده في منطقة يكون فيها المجال $\vec{E}$ ضعيفا . وتكون سرعة انجرافه الوسطى اصغر من $c\frac{E}{B}$ والمقاسة عند مركز التوجيه . وفي حالة تغير $\vec{E}$ بشكل خطي ، يكون الايون واقعا في مجال اقوى في احدى جهتي المدار ، ويكون واقعا في مجال اضعف بنفس القدر على الجهة الأخرى من المدار،وبالتالي يزول تأثير v_E. ويتضح من هنا أن احد التصحيح يعتمد على المشتق الثاني لـ $\vec{E}$. ونعتبر المشتق الثاني في حالة التوزيع الجيبي (sinusoidal Distribution) سالبا بنسبة لـ$\vec{E}$. وعند التغير الكيفي لـ $\vec{E}$ ، نقوم فقط بتبديل ik بـ ∇ ونكتب المعادلة (2- 41) بشكل :

$$(cgs)\overrightarrow{v_E} = c\left(1 - \frac{1}{4}r_L^2\nabla^2\right)\frac{\vec{E}\times\vec{B}}{B^2} \qquad \text{-------------------}(\ 42\ \text{-}2\ )$$

يدعى الحد الثاني تأثير نصف قطر لارمور المحدود . الآن ما هو معنى هذا التعديل ؟ بما أن r_L للايونات اكبر بكثير منها للالكترونات ، فإن $\overrightarrow{v_E}$ لم تعد مستقلة عن نوع الجزيئات . إذا نشا في البلازما تكوم للشحنات ، فإن المجال الكهربائي يمكن ان يقود الالكترونات والايونات الى الانفصال مشكلة مجال كهربائي اخر . إذا نشأت الية ما للصلة المعاكسة ، تجعل المجال الكهربائي الثاني يقوي المجال الاول ، فإن$\vec{E}$ سوف تزداد بلا حدود وتكن البلازما غير مستقرة ،ويدعي عدم الاستقرار هذا بعدم الاستقرار ألانجرافي ، وسوف ندرسه في وقت لاحق .

إن انجراف المجال المغناطيسي (Drift-Grad B) هو بالطبع يتعلق بنصف قطر لارمور المحدود،ويصبح أيضا سببا في انفصال الشحنات . ولكن وفقا للمعادلة (2 – 8) ، $\overrightarrow{v_{\nabla B}}$ متناسب مع kr_L بينما نلاحظ إن التعديل (سرعة الانجراف) المبين في المعادلة (2 – 41) يتناسب مع $k^2 r_L^2$ وبالتالي فان تأثير المجال

غير المنتظم $\vec{E}$ مهم بوجود $\mathbf{k}$ كبير نسبيا أو بوجود عدم تجانس ضعيف **.** لهذا السبب فان اللاإستقرارت الانجرافية **(**drift instability**)** تنتج بشكل اعم مما يسمى اللاإستقرارت الدقيقة **(**micro instability**)**

.