

## Mass and Energy

## علاقة الكتلة بالطاقة

يمكن الحصول على هذه العلاقة بصورة مباشرة من تعريف الطاقة الحركية لجسم متحرك باعتبارها الشغل اللازم لتحريك الجسم من حالة السكون .اي

$$T = \int_0^v F dx$$

نفترض جسيم كتلته السكونية  $m_0$  اثرت عليه قوة  $\vec{F}$  فتحرك مسافة  $x$  خلال زمن  $t$  حيث كانت السرعة الابتدائية صفر والنهاية  $v$  .

$$\begin{aligned} T &= \int_0^v F dx = \int_0^v \frac{d}{dt} (mv) dx = \int_0^v d(mv) \frac{dx}{dt} \\ &= \int_0^v (m dv + v dm) v = \int_0^v (m v dv + v^2 dm) \quad (1) \end{aligned}$$

من خلال معادلة الكتلة النسبية يمكن الاستفادة منها لتبسيط التكامل، من خلال اشتقاق معادلة الكتلة النسبية :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

نضرب الطرفين بالوسطين :

$$m^2 c^2 - m^2 v^2 = m_0^2 c^2$$

نشق طرفي المعادلة ونقسم على  $2m$  :

$$2mc^2 dm - 2m^2 v dv - 2mv^2 dm = 0$$

$$c^2 dm = m v dv + v^2 dm \quad (2)$$

نعوض معادلة (2) في (1) :

$$T = \int_0^v c^2 dm = c^2 \int_{m_0}^m dm = mc^2 - m_0 c^2$$

بما ان  $E = mc^2$  الطاقة الكلية للجسيم :

$$E = m_0 c^2 + T$$

$$\text{So, } T = mc^2 - m_0c^2$$

$$\text{Or } mc^2 = T + m_0c^2 \quad (*) \quad \Longrightarrow \quad E = E_0 + T$$

ويمكن ان تكتب الطاقة الكلية النسبية بطريقة اخرى أيضا

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

نضرب المعادلة أعلاه وسطين في طرفين ينتج:

$$p \left( \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right) = m_0 v$$

$$p^2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = m_0^2 v^2 \quad \text{بالتربيع الطرفين:}$$

$$p^2 - \frac{p^2 v^2}{c^2} = m_0^2 v^2$$

$$p^2 c^2 - p^2 v^2 = c^2 m_0^2 v^2 \quad \text{نضرب المعادلة في } c^2$$

$$p^2 c^2 = p^2 v^2 + c^2 m_0^2 v^2$$

$$p^2 c^2 = (p^2 + m_0^2 c^2) v^2$$

$$\frac{p^2 c^2}{v^2} = (p^2 + m_0^2 c^2)$$

$$\frac{m^2 v^2 c^2}{v^2} = (p^2 + m_0^2 c^2)$$

$$m^2 c^2 = (p^2 + m_0^2 c^2) \quad * c^2$$

$$E^2 = (p^2 c^2 + m_0^2 c^4)$$

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$$

## تكافؤ الكتلة والطاقة

إن لقانون تكافؤ الكتلة والطاقة له الأثر الكبير في عصرنا الحالي فهو الذي أدى إلى أن مقدار ضئيل جدا من المادة يمكن أن يعطي كمية هائلة من الطاقة حيث أن الكتلة وذلك كما يحدث في القنبلة النووية وكذلك كيف أن مقداراً صغيراً من كتلة مادة اليورانيوم تستخدم في توليد الطاقة الكهربائية من خلال المفاعل النووي ويعود السبب في ذلك إلى أنه عندما تضرب كتلة المادة في مربع السرعة ستنتج عنه مقداراً كبيراً جداً من الطاقة هو مقدار كبير جداً فمهما كانت الكتلة صغيرة سوف ينتج عنها مقدار طاقة هائلة. وكان أول إثبات عملي لقانون تكافؤ الكتلة والطاقة هو تفجير أول قنبلة ذرية في عام 1945 .

لقد جرت عدة محاولات لهزيمة النظرية النسبية في بداية الأمر وذلك من خلال بناء معجل خطي طوله 1 كيلومتر ليُعجل الإلكترونات إلى سرعة تصل  $0.999c$  من سرعة الضوء وبالفعل تم عمل ذلك ثم أُضيفت للمعجل الخطي مرحلة تعجيل إضافية من خلال زيادة طول المعجل السابق كيلو متر آخر حتى تعطي الإلكترونات التي بلغت تلك السرعة الكبيرة مزيداً من الطاقة لتصل في نهاية المعجل بسرعة مضافة تفوق سرعة الضوء. وبعد إجراء التجربة تبين أن المرحلة الثانية للتعجيل لم تتمكن من تحقيق ما توقعوا أن يتحقق فكانت زيادة طفيفة في سرعة الإلكترونات، فأين ذهبت طاقة المرحلة الثانية من التعجيل وبحسابات معتمدة على النظرية النسبية تبين بالفعل أن الزيادة في الطاقة للإلكترونات السريعة زادت كتلة تلك الإلكترونات وكلما زادت الإلكترونات بطاقة إضافية تحولت الطاقة إلى كتلة.

في حالة التفاعلات النووية الاندماجية حيث يتم فصل ذرة إلى ذرتين أو أكثر، وفي نفس الوقت يتحرر نيوترون عن هذا الانفصال. فإذا ما قمنا بدمج كتلة الذرتين الناتجتين مع كتلة النيوترون فإننا سوف نجد أن مجموع الكتل أقل بقليل من كتلة الذرة الأصلية. فأين اختفت هذه الطاقة؟ قد تكون تحررت في صورة طاقة حرارية أو في صورة طاقة حركية. هذه الطاقة بالضبط هي نفسها المحسوبة من المعادلة

$$E = mc^2$$

والتي استنتجها العالم اينشتاين حيث أنه مقدار هذه الطاقة المتحررة يساوي بالضبط مقدار الفارق بين كتلة الذرة الأصلية وكتلة النواتج مضروباً في مربع سرعة الضوء وكانت القنبلة النووية هي أحد تطبيقات هذه المعادلة والتي كان لها عواقبها التي نعرفها.

ومعادلة تكافؤ الكتلة والطاقة متحققة في نوع آخر من التفاعلات النووية وهو التفاعلات الاندماجية والتي في حالة اندماج الذرات الخفيفة في وجود درجات حرارة عالية جدا. فتعمل الحرارة العالية على اندماج الذرات مع بعضها البعض لتشكل ذرة أثقل مثل اندماج ذرات الهيدروجين لتكوين ذرات الهيليوم. وبمقارنة كتلة الذرة الناتجة مع كتلة الذرات التي اندمجت نجد ان كتلة الذرة الجديدة أقل بمقدار بسيط. وهذا المقدار البسيط من الكتلة المفقودة يظهر في صورة طاقة حرارية وحركية.

في حياتنا العادية قد لا نلاحظ زيادة في كتلة الجسم الذي نكسبه طاقة فمثلا لو قمنا بذلك ساق من الحديد بمغناطيس لتحويله إلى مغناطيس فإننا نكسبه طاقة ونتوقع بناء على ذلك ان كتلة ساق الحديد ازدادت كما انه يمكن ان نتخيل ان بتسجيل البيانات على القرص الصلب فان من المفترض ان تزداد كتلة القرص الصلب لان تسجيل البيانات ماهو إلا أحداث تغيرات في القطبية المغناطيسية لذرات الهارد ديسك وكذلك نتوقع ان تقل كتلة مصباح كهربائي عندما يضيء لان الطاقة الكيميائية تتحول إلى طاقة كهربائية وبدورها تتحول إلى ضوء. ولكن لا يمكن ان نلاحظ هذا التغير في الكتلة لأنه طفيف جدا جدا وذلك لان مقدار النقصان في الكتلة أو الزيادة في الكتلة يعتمد على مقدار الطاقة المستخدمة والتي هي صغيرة جدا إذا ما قورنت بمربع سرعة الضوء حيث ان  $m = E/c^2$  يكون صغير جدا. ولكن الأمر مختلف تماما في حالة التعامل مع الأجسام الفلكية فعلى سبيل المثال نجد أن الضوء الناتج عن الشمس يعادل كتلة مقدارها 4 مليون طن في الثانية الواحدة .

لو قمنا بتطبيق قانون اينشتاين لتكافؤ الكتلة والطاقة على 1 كيلو جرام من الفحم وقمنا بحرقه للندفئة في فصل الشتاء فإن الطاقة الناتجة يجب ان تعادل 9000000000000000 جول وهي طاقة هائلة جدا وبالرغم من ذلك لا نكاد نشعر بالدفاء .

$$\begin{aligned}
 E &= mc^2 \\
 &= 1\text{kg} \times (3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1})^2 \\
 &= 1\text{kg} \times (3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}) \times (3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}) \\
 &= 1\text{kg} \times (9 \times 10^{16} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}) \\
 &= 1 \times (9 \times 10^{16}) \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} \\
 &= 9 \times 10^{16} \text{ J}
 \end{aligned}$$

ولكن هنا يجب توضيح ان احتراق الفحم ما هي إلا عملية كيميائية تغير من ترتيب جزيئات الفحم ولا تغير من كتلته والذي يحدث في عملية الاحتراق هو اتحاد غاز الأكسجين بالفحم وينتج عن هذا الاتحاد انطلاق طاقة على شكل حرارة. وبالتالي لا مجال لهذه التجربة البسيطة أية علاقة بقانون تكافؤ الطاقة والكتلة ..حيث أن العمليات التي يطبق عليها القانون تسمى التفاعلات النووية ..وقد

أثبتت التجارب النووية إن التفاعلات النووية تعطي طاقة تعادل آلاف الملاين من الطاقة التي قد  
تعطينا أيها عملية الاحتراق .