2-4-2 المجال المغناطيسي لموصل دائري

Magnetics field of circular conductor

يمثل الشكل 6 حلقة دائرية من سلك نصف قطرها a ويمر بها تيار كهربائي I. ولحساب الحث المغناطيسي B عند النقطة P نتبع مايلي:

نقسم الحلقة الى عناصر صغيرة طول كل عنصر dl، وتوضع النقطة P على محور الحلقة المحمول على محور x، بحيث تكون x المسافة بين مركز الحلقة وP، r المسافة بين dl وP. ويتضح من الشكل 6 مايلي:

تقع الحلقة في المستوى yz بينما يقع الخطان r و x في المستوى xz العمودي على محور العنصر الطولي dl وكذلك المستوى yz فتكون الزاوية θ المحصورة بين محور dl والمسافة r تساوي 90^o. وبتطبيق معادلة قانون بيوت – سافارت ووضع $\theta=90^o$، نجد أن:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl}{r^2} \qquad \textbf{(22)}$$

وبتحليل dB الى مركبتين احدهما رأسية على امتداد المحورz والاخرى افقية على امتداد المحور x، فإن المركبات الرأسية يلغي بعضها بعضا، اي ان $\int dBcos\,\beta = 0$.

ولذلك فان كثافة الفيض المغناطيسي الناتج عن مرور التيار في الملف كله تكون على استقامة المحور x وتساوي:

$$B = \int dBsin\,\beta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}\sin\beta\int_0^{2\pi a} dl \;=\; \frac{\mu_0}{2}\frac{I\,a}{r^2}\sin\beta$$

ولكن $r^2 = a^2 + x^2 \qquad , \qquad sin\beta = a/r$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{a^2}{(a^2+x^2)^{3/2}} \qquad \textbf{(23)}$$

وبوضع x=0 في المعادله 23 يٌحصل على قيمة الحث المغناطيسي في مركز الملف.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2a} \qquad \textbf{(24)}$$

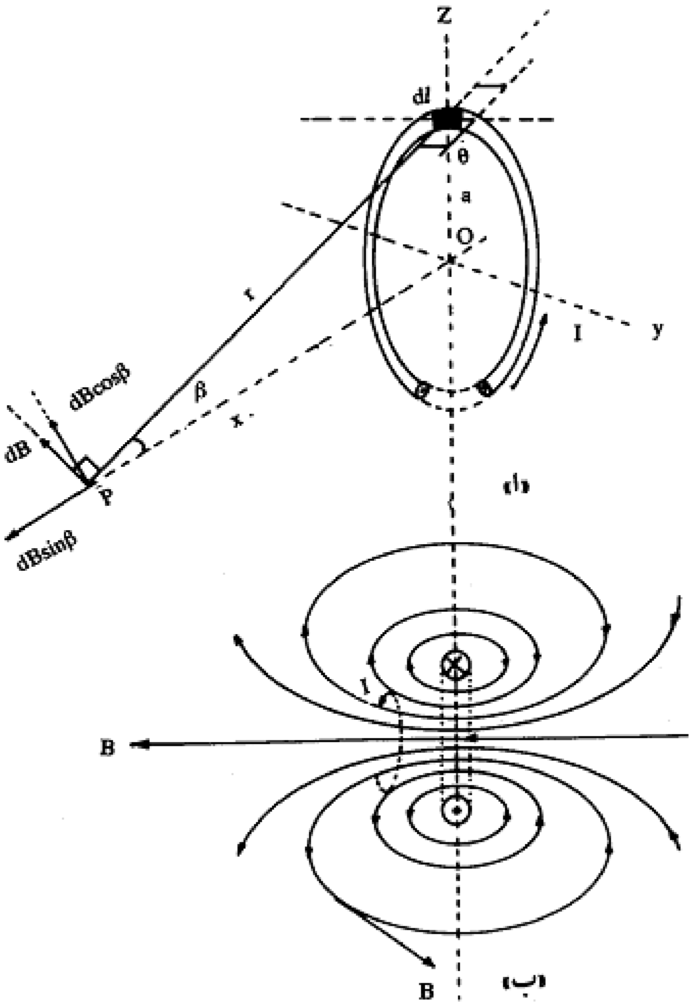
ويكون اتجاه B واقع على محور x.

واذا كان الموصل الدائري مكونا من عدد N من اللفات لها نصف القطر نفسه متلاصق بعضها ببعض فان المعادلتين 23 و 24 تصبحان:

$$B = \frac{\mu_0}{2}\frac{NIa^2}{(a^2+x^2)^{3/2}} \qquad \textbf{(25)}$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2a} \qquad \textbf{(26)}$$

ملاحظة: الحث المغناطيسي عند النقطة P يقل كلما بعدت النقطة عن مركز الموصل الدائري، وينعدم عندما تكون x=∞، وهذا يلاحظ من خلال المعادلة 23.



الشكل (6): أ- موصل دائري يحمل تيارا قدره I فينشأ عنه مجال مغناطيسي حثه B المطلوب حسابه عند النقطة P.

ب- توضيح خطوط القوى المغناطيسية للموصل نفسه.

3-4-2 المجال المغناطيسي لملف حلزوني Magnetics field of a solenoid

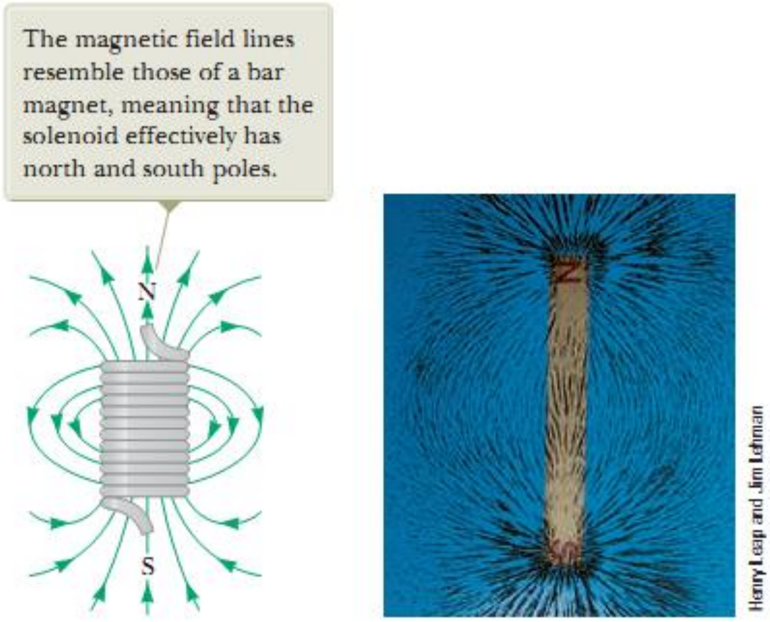
أ- باستعمال قانون بيوت – سافارت

يسمى التيار المار في سلك ملفوف لفاً متلاصقا حول اسطوانة بالتيار الحلزوني، كما في الشكل (7أ). لايجاد قيمة الحث المغناطيسي عند النقطة P كما في الشكل (7ج) يفرض ان الملف يمر به تيار شدته I وطوله l وعدد لفاته N فتكون عدد اللفات في وحده الاطوال N/l وبذلك فإن عدد اللفات في عنصر الطول dx هي:

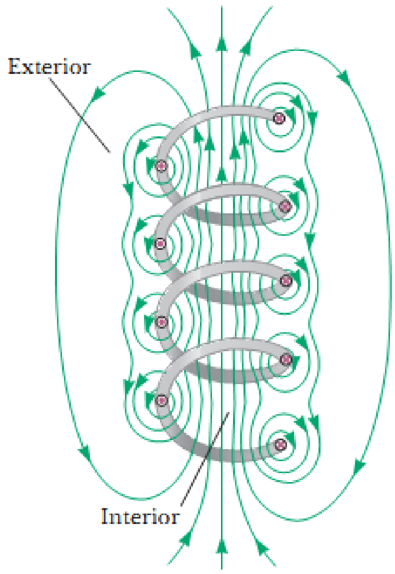
$$n = \frac{N}{l} dx$$

وبالعودة الى المعادلة 25 فإن قيمة الحث عند النقطة P هو:

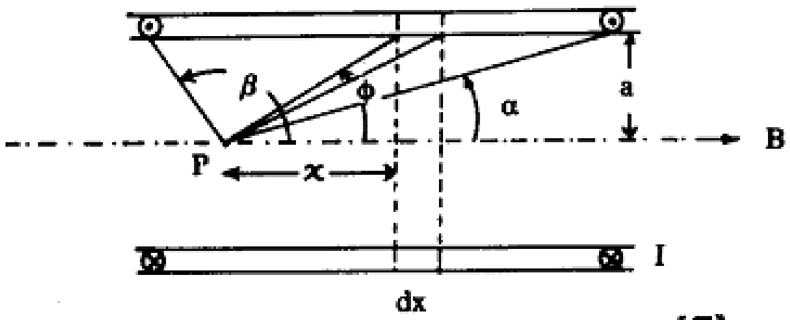
$$dB = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{N}{l} \frac{a^2}{(a^2+x^2)^{3/2}} dx \qquad \textbf{(27)}$$



أ



ب



(ج)

الشكل (7): أ- ملف حلزوني ملفوف لفاً متلاصقا يمر به تيار كهربائي I بحيث يعمل كما لو كان مغناطيسا له قطبان شمالي N وجنوبي S.

ب- ملف حلزوني ملفوف لفا مفكوكا (غير ملاصق) ويمر به تيار كهربائي I.

ج- كيفية حساب المجال المغناطيسي الناتج عن مرور التيار الكهربائي I في الملف الحلزوني عند نقطة مثل P.

وباستبدال ϕ بالمتغير x ، وبالعوده الى الشكل (7ج) يكون:

$x = a \cot \phi$, $dx = -a\csc^2 \phi \, d\phi$

$$dB = -\frac{\mu_0 I}{2}\frac{N}{l}\frac{a^3 \csc^2 \phi d\phi}{(a^2 + a^2 \cot^2 \phi)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{\mu_0 I}{2}\frac{N}{l} \sin \phi \, d\phi$$

تكون قيمة الحث المغناطيسي الناتج عن التيار المار في الملف الحلزوني عند النقطة P تساوي مجموع قيمة الحث المغناطيسي dB الناتجة عن كل لفة من لفات الملف عند هذه النقطة، اي أن:

$$B = \int dB = -\frac{\mu_0 IN}{2l}\int_\beta^\alpha \sin \phi \, d\phi$$

$$B = \frac{\mu_0 IN}{2l}(\cos \alpha - \cos \beta) \qquad \textbf{(28)}$$

وهذه هي المعادلة العامة لشدة المجال عند اية نقطة على محور الملف الحلزوني سواءأكانت بداخه أم خارجه.

إذا كان الملف الحلزوني طويلا وكانت النقطة P بعيدة عن أي من الطرفين فإن $\alpha = 0^o$ و $\beta = 180^o$ ، عندئذ فأن B تساوي:

$$B = \frac{\mu_0 IN}{l} \qquad \textbf{(29)}$$

واذا كانت النقطة P تقع عند أحد اطرافه وكان الحلزون طويلا فإن $\alpha = 0^o$ و $\beta = 90^o$ ، و تصبح B:

$$B = \frac{\mu_0 IN}{2l} \qquad \textbf{(30)}$$

ب- باستعمال قانون أمبير الدائري

يرسم مسار مغلق على هيئة مستطيل، كما الشكل 8 الخط المنقط، بحيث يكون ضلعه ab، الذي طوله l ، منطبقاً على محور الملف ويكون الضلع dc بعيداً عن تأثير الملف، أما الضلعان ad و cb فهما متعامدان على المجال، أي أن $\theta = 90^o$ ، وبتطبيق قانون امبير على الاضلاع الأربعة ينتج ان:

$$\int_a^b B\cos 0 \, dl + \int_b^c B\cos 90 \, dl + \int_c^d B\cos 180 \, dl + \int_d^a B\cos 90 \, dl$$

$$= \int_a^b B.dl - \int_c^d B.dl = \mu_0 \sum I$$

وحيث ان قيمة التكامل $\int_c^d B.dl$ صغيرة جداً :

$$\int_a^b B \, dl = B\int_0^l dl = \mu_0 \sum I$$

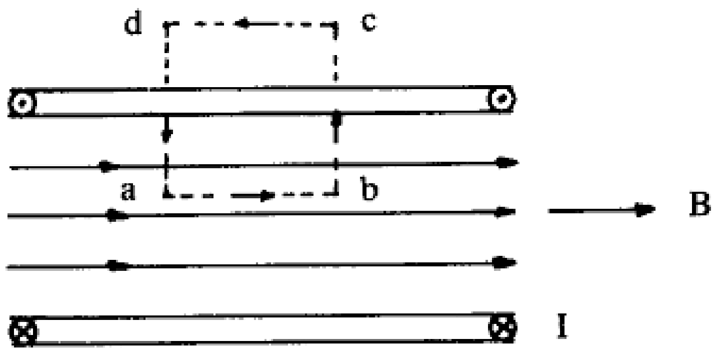
أو

$$Bl = \mu_0 \, nlI$$

$$B = \mu_0 \, nI = \mu_0 \, NI/l$$

وهي المعادلة 29 نفسها.

حيث nlI هو مجموع التيارات الكهربائية داخل المسار .على ان التيار يدخل عمودياً على مستوي الشكل الى الداخل ⊗ ويخرج عموديا على مستوى الشكل الى الخارج ʘ.



الشكل (8): حساب المجال المغناطيسي الناتج عن مرور تيار كهربائي في ملف حلزوني باستعمال قانون أمبير.

4-2- 4 المجال المغناطيسي لملف حلزوني حلقي Magnetics field of a toriod

إذا مر تيار كهربائي I في ملف حلزوني حلقي عدد لفاته في وحدة الاطوال n وطول محيطه l، كما الشكل 9 يمكن حساب الحث المغناطيسي باستعمال قانون أمبير كالآتي:

اذا فرض ان الطول l هو طول المسار المغلق رقم (1)، المبين في الشكل 9، الذي يمثل خط قوة على هيئة دائرة مغلقة في محور الملف فإنه بتطبيق قانون أمبير الدوائري على هذا المسار يٌحصل على:

$$\int B \, dl = \mu_0 \sum I$$

$$\therefore \; Bl = \mu_0 \, nlI \qquad \Rightarrow \qquad \therefore \; B = \mu_0 \, nI \qquad \textbf{(31)}$$

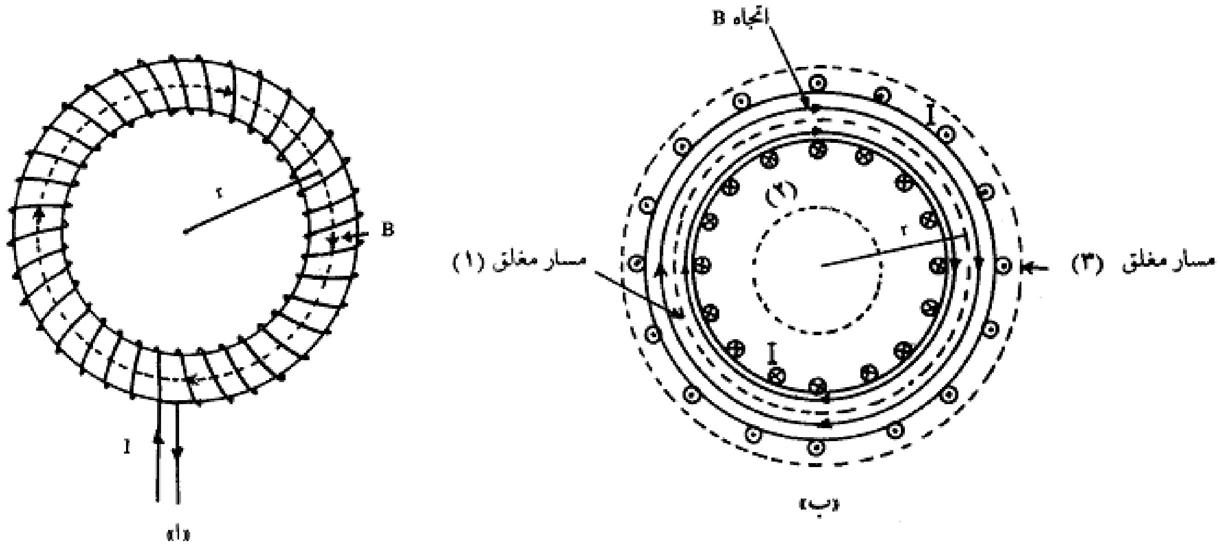
فإذا فرض أن N عدد لفات الملف و r نصف قطره فإن:

$$n = \frac{N}{l} = \frac{N}{2\pi r}$$

$$\therefore \; B = \frac{\mu_0 \, NI}{2\pi r} \qquad \textbf{(32)}$$

المسار رقم (2): لا توجد تيارات أي أن $\sum I = 0$ ، $B=0$

المسار رقم (3): توجد تيارات لكن مجموعها $= 0$ ، $B=0$



الشكل (9): أ- ملف حلزوني حلقي نصف قطره r ويمر به تيار شدته I.

ب- حساب المجال المغناطيسي لهذا الملف باستعمال قانون أمبير.