(قانون اختصار – انواع المصفوفات)

٢- قانون الاختصار:-

في الاعداد الحقيقية أي انه اذا كان ca=cb فان a=b ليس من الضروري ان يتحقق بالنسبة للمصفوفات مثلاً:-

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} . B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \ . \ C = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$$

فأن:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

فعلى الرغم من ان A≠0فليس من الصحيح حذف Aمن الطرفين و ذلك لكون B≠C.

✡✡✡✡✡✡✡✡✡✡

تمارين...

١- اذا كانت

$$A= \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad , \quad B= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$C= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

اثبت ان (١)- A + (B + C) = (A + B) + C

(٢)- A (B + C) = AB + AC

(قانون اختصار – انواع المصفوفات)

١- جد المصفوفة X التي تحقق المعادلة

$$X - \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$$

٢- اذا كانت A مصفوفة فأن $AA=A^2$ و $AAA=A^3$ و بشكل عام فأن :

$AA\text{------}A=A^n$ (nمن المتغيرات) فأذا كان

$$A=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad ,B=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

اثبت ان :

$$(A + B)^2 = A^2 + AB + BA + B^2$$

٣- اذا كانت A,B مصفوفتين و كانت $BA=B$, $AB=A$ اثبت ان $A^2=A$ و $B^2=B$

انواع المصفوفات

★ سوف نستعرض بعض انواع المصفوفات كالاتي :-

١- اذا كان جميع عناصر المصفوفة اصفاراً تسمى تلك المصفوفة <u>مصفوفة صفرية</u> (Zero Matrix or Null Matrix) وكذلك تسمى مصفوفة المحايد الجمعي و يرمز لها بـ 0 و سعتها تعتمد على سياق العمليات.

(قانون اختصار – انواع المصفوفات)

٢- يقال للمصفوفة $B=(b_{ij})$ سعة $m\times n$ بانها مصفوفة مربعة(Square Matrix) سعة n عندما $m=n$ و ان قطر المصفوفة المربعة الذي عناصره b_{11} , b_{22} , ----- , b_{nn} يسمى بالقطر الرئيسي (main diagonal) للمصفوفة .

٣- المصفوفة سعة $1\times n$ تسمى مصفوفة سطر (Row Matrix)

٤- المصفوفة من سعة $m\times 1$ تسمى مصفوفة عمود (Column Matrix)

٥- المصفوفة المربعة $B=(b_{ij})$ سعة n تسمى مصفوفة مثلثية سفلى (Lower Triangular Matrix) اذا كان $b_{ij}=0$ عندما $i<j$ و تسمى مصفوفة مثلثية عليا (Upper Triangular Matrix) اذا كان $b_{ij}=0$ عندما $i>j$

$$\begin{pmatrix} 6 & 8 & 5 \\ 0 & -2 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 6 & 3 & 0 \\ 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

مثلثة عليا   مثلثة سفلى

او بعبارة اخرى :-

تكون المصفوفة مثلثية عليا اذا كانت جميع العناصر التي تقع تحت القطر الرئيسي اصفار و تكون مثلثية سفلى اذا كانت جميع العناصر التي تقع فوق القطر الرئيسي اصفار .

٦- تسمى المصفوفة المربعة $B=(b_{ij})$ سعة n مصفوفة قطرية (Diagonal Matrix) اذا كانت عناصرها غير الصفرية هي فقط b_{ii} $i=1,------,n$ و بقية العناصر اصفار أي ان $b_{ij}=0$ عندما $i\neq j$ ونكتب $diag(b_{11}, b_{22}, -------, b_{nn})$

٧- المصفوفة القطرية $diag(b, b, -------, b)$ ذات العناصر المتساوية تسمى مصفوفة قياسية او عددية (Scalar Matrix)

🕯(قانون اختصار –انواع المصفوفات)🕯

مثال :-

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

تمثل مصفوفة قياسية سعة 3.

٨- المصفوفة القطرية (diag(1,1,-----,1 تسمى مصفوفة المحايد الضربي (Identity Matrix)

و يرمز لها ب I_n الدليل n يشير الى سعة المصفوفة المربعة .

مثال :-

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad , I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

و اذا كانت المصفوفة المحايدة واضحة يرمز لها ب I و من خواصها

$I^{ا} = I \;, I ---- I$ ⁄ ا من المتغيرات $= I$

ملاحظة:-

ان لمصفوفة المحايد الضربي خواص مطابقة لبعض خواص الواحد كعدد صحيح

.

مثال :- اذا كان

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

فأن:

$I_2 A = A I_3 = I_2 A I_3 = A$.

٩- اذا كانت A , B مصفوفتين مربعتين و تحققان العلاقة

AB=BA

(قانون اختصار – انواع المصفوفات)

فيقال بانهما مصفوفتان قابلتان للابدال الضربي

و اذا حققت المصفوفتان A , B العلاقة

$AB=-BA$

يقال بانهما ابداليتان عكسياً (Skew-Commutative)

مثال :- لتكن

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} , B=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

فأن:

$$AB=\begin{pmatrix} 14 & 11 \\ 11 & 14 \end{pmatrix} , \quad BA=\begin{pmatrix} 14 & 11 \\ 11 & 14 \end{pmatrix}$$

فأن المصفوفتان ابداليتان

ولتكن:

$$P=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} ,Q=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$PQ=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$QP=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

فأن المصفوفتان ابداليتان عكسياً.