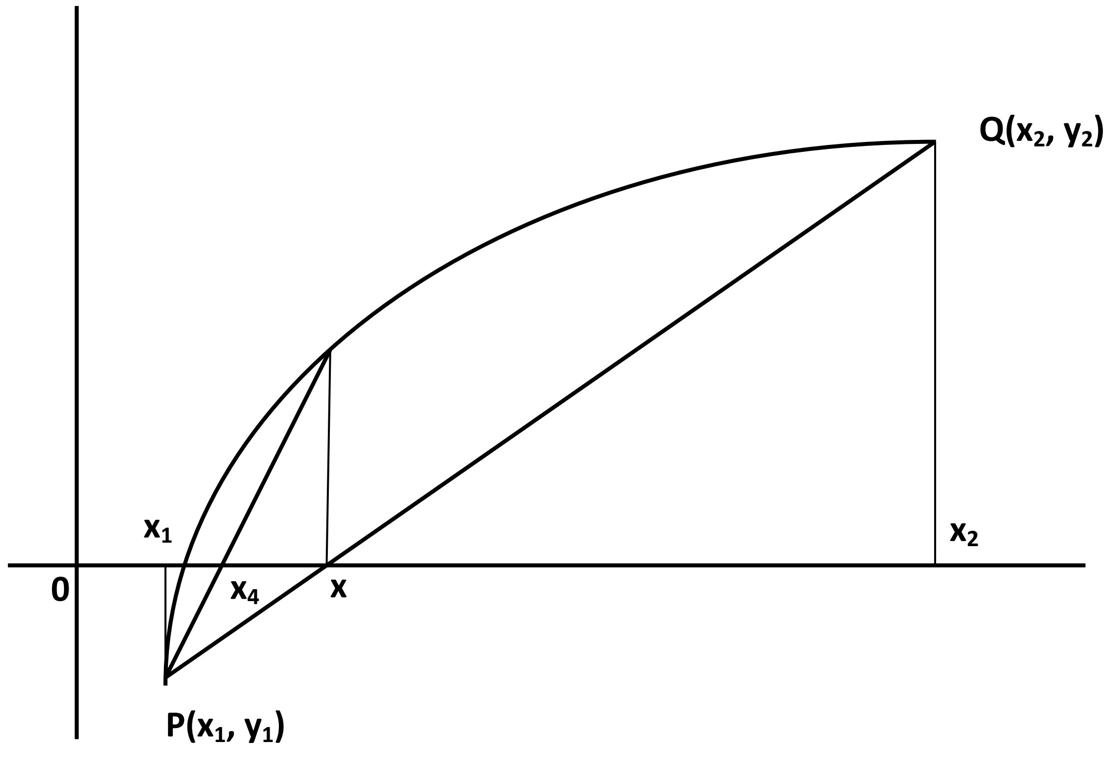
# حلول المعادلات غير الخطية

## طريقة الموضع الكاذب FALSE POSITION METHOD

تعتبر هذه الطريقة من الطرق القديمة لحساب جذور المعادلة $f(x)=0$. في هذه الطريقة نجد أولاً عددين $x_1$ و $x_2$ بحيث يقع الجذر المطلوب بينهما. أي إن مخطط الدالة $y=f(x)$ يقطع المحور x بين $x_1$ و $x_2$ وإن القيمتين $y_1=f(x_1)$ و $y_2=f(x_2)$ مختلفتي الإشارة.

بما أن بالإمكان تقريب أية قطعة مستقيم من منحني أملس بخط مستقيم لذا سوف نفترض أن قطعة المستقيم بين النقطتين $(x_1, y_1)$ و $(x_2, y_2)$ بمثابة تقريب للدالة f في الفترة $[x_1, x_2]$ وبالتالي نعتبر نقطة تقاطع المستقيم هذا مع المحور x قيمة تقريبية لجذر المعادلة $f(x)=0$. هذه هي القاعدة الأساسية التي تعتمد عليها طريقة الموضع الكاذب وتشتق الصيغة العامة لحساب والجذر كما يأتي:




في الشكل أعلاه، نفرض أن قطعة المستقيم الواصلة بين $P(x_1, y_1)$ و $Q(x_2, y_2)$ تقطع المحور x في $x_3$ وعليه تكون معادلة المستقيم QP:

$$\frac{y-y_2}{x-x_2}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

نفترض أن $y=0$ نحصل على الصيغة:

$$x=x_2-\frac{y_2(x_2-x_1)}{y_2-y_1}$$

$$x=\frac{x_1.y_2-x_2.y_1}{y_2-y_1}$$

إن القيمة X لا تعتبر تخميناً جيداً للجذر، وذلك لأن الدالة f ليست بالضبط الخط المستقيم بين P و Q لذلك يجب إيجاد تقريب أفضل لجذر المعادلة. ويتم هذا بإعادة الأسلوب أعلاه بعد تعيين القيمتين الجديدتين حول الجذر. فنقوم أولاً بحساب $y=f(x)$ وبيان اختلاف إشارتهما مع $y_1$ أو $y_2$ فإذا كان $y<0$ .$y_1$ فإن الجذر يقع بين $x_1$ و x وبخلاف ذلك فإن الجذر يقع بين $x_2$ و x.

علماً أنه يجب اختبار اختلاف الإشارة بين $y_i$ و $y_{i-1}$ في كل خطوة واختيار القيمتين الجديدتين حول الجذر في ضوء ذلك. وهكذا يكرر استخدام الصيغة إلى أن تصبح قيمة:

$$|x_1-x|<\varepsilon$$

أي أقل من الخطأ المسموح به.

أو عندما $f(x)=0$ فذلك يعني أن x هو جذر المعادلة.

<u>مثال</u>: جد جذر المعادلة $f(x)=x.\ln(x)-1=0$ بطريقة الموضع الكاذب. في الفترة [1, 2] وبمقدار خطأ $\varepsilon=0.001$.

الجواب:

<u>Step 1:</u>

$f(x_1)=-1$

$f(x_2)=0.3863$

$$x=\frac{1*(0.3863)-2*(-1)}{0.3863+1}=1.7213$$

$|x_1 - x| = |1 - 1.7213| = 0.7213$

f(x)= - 0.0652

$x_1 = x;$ $y_1 = y;$

$$x = \frac{1.7213 * (0.3863) - 2 * -0.0652}{0.3863 - (-0.0652)} = 1.7615$$

$|x_1 - x| = |1.7213 - 1.7615| = 0.0402$

f(x) =- 0.0027

$x_1 = x;$ $y_1 = y;$

$$x = \frac{1.7615 * 0.3863 - 2 * (-0.0027)}{0.3863 - (-0.0027)} = 1.7632$$

$|x_1 - x| = |1.7615 - 1.7632| = 0.0017$

f(x)=-0.00004

$x_2 = x;$ $y_2 = y;$

.

.

. etc.

واجب: عين مواقع الجذور للمعادلات التالية باستخدام طريقة الموضع الكاذب:

1. $f(x)=x^4 - 7x^3 + 3x^2 + 26x - 10=0$ في الفترة [-4, 0] وبخطأ ε=0.001.
2. $f(x) = x - \sin(x) - 1 = 0$.

<u>برنامج طريقة الموضع الكاذب بنظام ال MATLAB</u>

```
clc
f=inline('x*log(x)-1')
x1=input('x1=');
x2=input('x2=');
n=input('n=');
y1=f(x1);
y2=f(x2);
for i=1:n
    x=((x1*y2)-(x2*y1))/(y2-y1);
    y=f(x);
    disp(x)
    if abs(x1-x)<0.001
        break
    else
        if y1*y<0
           x2=x; y2=y;
        else
            x1=x; y1=y;
        end
    end
end
```

النتائج التي تظهر بعد التنفيذ:

1.7213

1.7615

1.7632

1.7632

نلاحظ أن هذه الطريقة أسرع من طريقة تنصيف الفترات في إيجاد القيمة التقريبية للجذر حيث احتاجت فقط إلى أربعة تكرارات لتتوصل إلى الجذر التقريبي.