ج- عندما $\theta = \frac{7\pi}{4}$ أو $\theta = \frac{\pi}{4}$ تأخذ شكل قطع ناقص مائل

$\theta = \frac{\pi}{4}$ فإن اتجاه حركة الجسيم يكون معاكساً لاتجاه عقارب الساعة

$\theta = \frac{7\pi}{4}$ اتجاه حركة الجسيم يكون بنفس اتجاه حركة عقارب الساعة

د- $\theta = \frac{5}{4}\pi$ أو $\theta = \frac{3}{4}\pi$ تشكل قطع ناقص مائل

جميع الحالات تعتبر شكل قطع ناقص (دوائر) الدائرة والخط المستقيم هما حالتان خاصتان من القطع الناقص

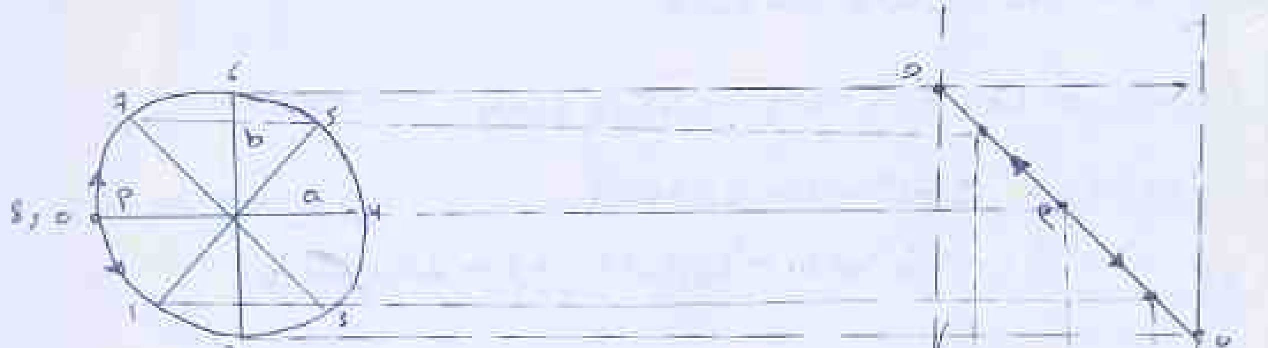
٤- تركيب حركتين توافقيتين متعامدتين لهما نفس التردد بطريقة بيانية

نفرض ان لدينا جسيماً يتأثر آنياً بحركتين توافقيتين بسيطتين متعامدتين ومتساويتين بالتردد

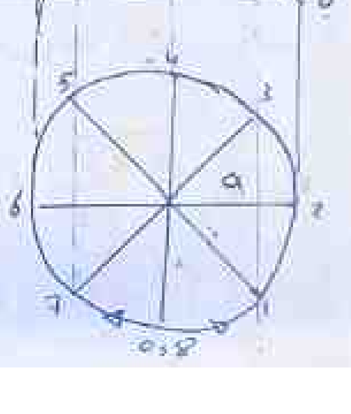
$$X = a\sin(\omega t + \theta)$$

$$Y = b\sin\omega t$$

θ تمثل فرق الطور بين الحركتين



الخط المستقيم يمثل محصلة مسار الجسيم الخاضع لحركتين توافقيتين متعامدتين لهما نفس التردد وفرق الطور بينهما صفر



٥- تركيب حركتين توافقيتين متعامدتين نسبة ترددهما كنسبة 1 إلى 2

نفرض لدينا جسيماً يخضع لحركتين توافقيتين متعامدتين تمثلهما المعادلتان .

$$X = a\sin(2\omega t + \theta) \quad \text{---} \quad (1)$$

$$y = b\sin\omega t \quad \text{---} \quad (2)$$

$$\frac{y}{b} = \sin\omega t$$

$$\cos^2\omega t + \sin^2\omega t = 1$$

$$\cos\omega t = \sqrt{1-\sin^2\omega t} \quad , \quad \cos\omega t = \sqrt{1-\frac{y^2}{b^2}}$$

$$\frac{X}{a} = \sin(2\omega t + \theta)$$

$$= \sin 2\omega t\cos\theta + \cos 2\omega t \sin\theta$$

$$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(\omega t + \omega t) = \sin\omega t\cos\omega t + \cos\omega t \sin\omega t$$

$$\sin 2\omega t = 2\sin\omega t\cos\omega t$$

$$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$$

$$\cos(\omega t + \omega t) = \cos^2\omega t - \sin^2\omega t$$

$$= 1 - \sin^2\omega t - \sin^2\omega t = 1 - 2\sin^2\omega t$$

$$\frac{X}{a} = 2\sin\omega t\cos\omega t\cos\theta + (1-2\sin^2\omega t)\sin\theta$$

$$\frac{X}{a} = 2\frac{y}{b}\sqrt{1-\frac{y^2}{b^2}}\cos\theta + \left(1-2\frac{y^2}{b^2}\right)\sin\theta$$

$$\left[\frac{X}{a} - \left(1-\frac{2y^2}{b^2}\right)\sin\theta\right]^2 = \left(\frac{2y}{b}\sqrt{1-\frac{y^2}{b^2}}\cos\theta\right)^2$$ بتربيع الطرفين

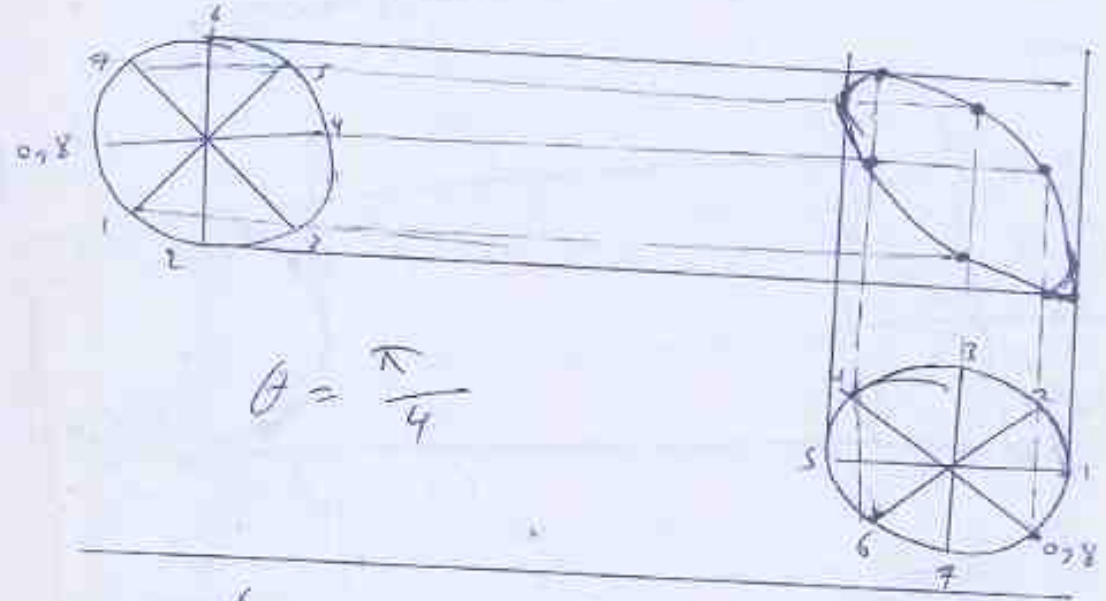
$$\frac{X^2}{a^2} - 2\left(1 - \frac{2y^2}{b^2}\right)\frac{X}{a}\sin\theta + \left(1 - \frac{2y^2}{b^2}\right)^2 \sin^2\theta -$$

$$\left(\frac{2y}{b}\right)^2\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)\cos^2\theta = 0$$

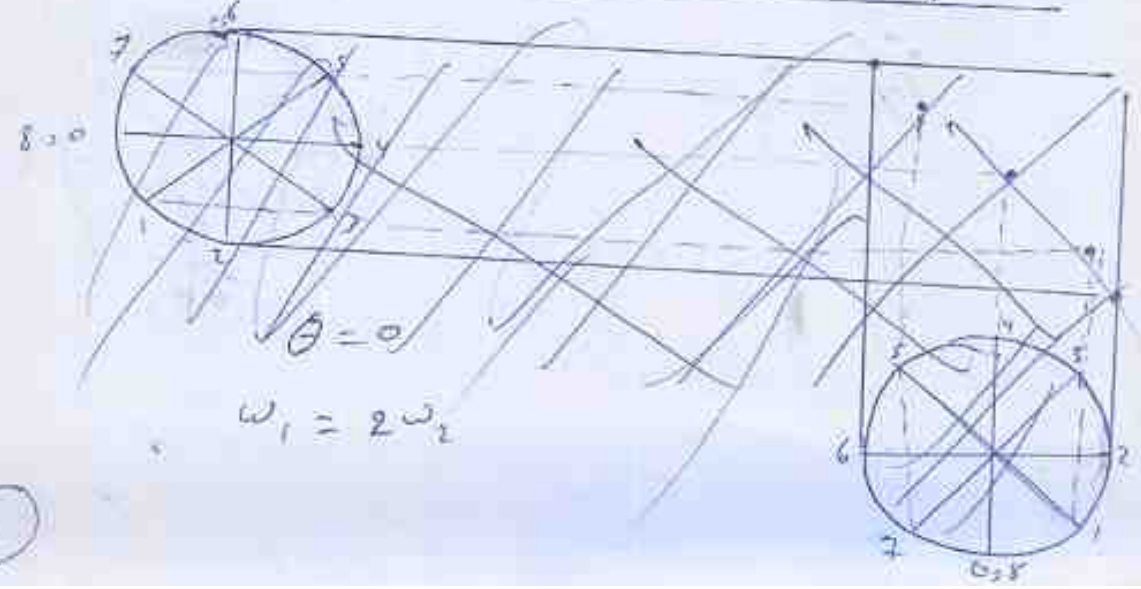
$$\frac{X^2}{a^2} - \frac{2X}{a}\sin\theta + \frac{4y^2}{b^2}\frac{X}{a}\sin\theta + \sin^2\theta - \frac{4y^2}{b^2}\sin^2\theta$$

$$+ \frac{4y^4}{b^4}\sin^2\theta - \frac{4y^2}{b^2}\cos^2\theta + \frac{4y^4}{b^4}\cos^2\theta = 0$$

$$\left(\frac{X}{a} - \sin\theta\right)^2 + \frac{4y^2}{b^2}\left(\frac{y^2}{b^2} + \frac{X}{a}\sin\theta - 1\right) = 0$$



$$\theta = \frac{\pi}{4}$$



$$\theta = 0$$

$$\omega_1 = 2\omega_2$$