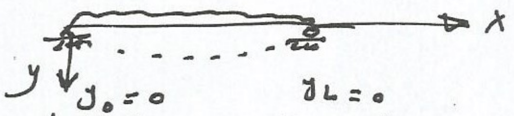
* solution of diff. equ.

1- general solution :- الحل العام   هو ذلك الحل الذي يحتوي على ثابت أختياري واحد على الاقل

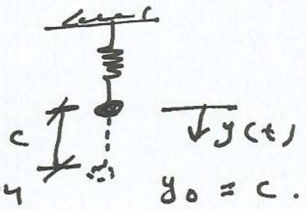
2- particular solution :- الحل الخاص   " " " " نحصل عليه من الحل العام بإيجاد قيم الثوابت الاختيارية.

شروط حدية.

- boundary conditions :- for static problems.



- Initial conditions :- for dynamic problems.



الحل الاساسي.

3- singular solution $y_0 = c$.

الحل الشاذ

* هو ذلك الحل الذي لا يمكن الحصول عليه من الحل العام.

4- complete solution. الحل الكامل * " " " يمكن من طريقه الحصول على جميع حلول المعادلة التفاضلية.

Ex:- verify that :- $y = a e^{-x} + b e^{2x}$ is a general solution for the diff. equ. $y'' - y' - 2y = 0$

sol:- $y' = -a e^{-x} + 2b e^{2x}$, $y'' = a e^{-x} + 4b e^{2x}$

$$a e^{-x} + 4b e^{2x} - (-a e^{-x} + 2b e^{2x}) - 2(a e^{-x} + b e^{2x}) = 0$$

$$(a + a - 2a) e^{-x} + (4b - 2b - 2b) e^{2x} = 0 \Rightarrow 0 e^{-x} + 0 e^{2x} = 0$$

Ex:- solve the diff. equ. $dx + xy\,dy = y^2 dx + y\,dy$

sol:- $(1 - y^2)\,dx = y(1 - x)\,dx \times \dfrac{1}{(1-y^2)(1-x)}$

$$\int \frac{(-2)\,dx}{1-x} = \int \frac{(-2)\,y}{1-y^2}\,dy + c$$

$$2\ln|1-x| = \ln|1-y^2| + c$$

$$\ln \frac{(1-x)^2}{(1-y^2)} = c$$

$$\frac{(1-x)^2}{(1-y^2)} = e^c = k.$$

H.W.:- P.11   1, 5, 9

* Homogeneous first order diff. equ.

المعادلات التفاضلية المتجانسة من المرتبة الأولى.

$M(x,y)\,dx = N(x,y)\,dy$

$F(x,y)$

$F(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n F(x,y)$

* أي دالة $F(x,y)$ تكون متجانسة اذا تم التعويض عن كل (x) بـ (λx) وعن كل (y) بـ (λy) وتحقق الشرط التالي $F(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n F(x,y)$ فإن الدالة هي دالة متجانسة.

واذا كانت الدالة $M(x,y)$ متجانسة والدالة $N(x,y)$ متجانسة ومن نفس الدرجة فالمعادلة تكون متجانسة.

واذا كانت المعادلة متجانسة فإن التعويض عن كل (y) بـ (ux) ; $dy = u\,dx + x\,du$ يحول المعادلة الى معادلة قابلة لفصل المتغيرات.

Ex:- Prove that the function is ho..

$$F(x,y) = x[\ln\sqrt{x^2+y^2} - \ln y] + y e^{\frac{x}{y}}$$

$$F(\lambda x, \lambda y) = \lambda x[\ln\sqrt{\lambda^2x^2+\lambda^2y^2} - \ln\lambda y] + \lambda y e^{\frac{\lambda x}{\lambda y}}$$

$$\ln\lambda\sqrt{x^2+y^2} \qquad -(\cancel{\ln\lambda} + \ln y)$$

$$\cancel{\ln\lambda} + \ln\sqrt{x^2+y^2}$$

$$F(\lambda x, \lambda y) = \lambda x[\ln\sqrt{x^2+y^2} - \ln y] + \lambda y e^{\frac{x}{y}}$$

$$= \lambda\left\{x[\ln\sqrt{x^2+y^2} - \ln y] + y e^{\frac{x}{y}}\right\} = \lambda F(x,y).$$

Ex:- Find the general solution

$$(x^2+3y^2)\,dx = 2xy\,dy.$$

Sol:- $M(x,y) = x^2+3y^2$, $M(\lambda x, \lambda y) = \lambda^2x^2+3\lambda^2y^2 = \lambda^2(x^2+3y^2)$

$= \lambda^2 M(x,y)$

داله متجانسه من الدرجه الثانيه.

$N(x,y) = 2xy$

$N(\lambda x, \lambda y) = 2\lambda^2xy = \lambda^2(2xy) = \lambda^2 N(x,y)$. " " " " "

$\because$ $M(x,y)$ و $N(x,y)$ لها نفس الدرجه ومتجانستين اذن المعادله التفاضليه متجانسة.

$y = ux$, $dy = u\,dx + x\,du$.

$(x^2+3u^2x^2)\,dx = 2x^2u(u\,dx + x\,du)$.

$(x^2+u^2x^2)\,dx = 2x^3u\,du$.

$x^2(1+u^2)\,dx = 2x^3u\,du * \dfrac{1}{(1+u^2)x^3}$

$$\int\frac{dx}{x} = \int\frac{2u}{1+u^2}\,du.$$

$\ln|x| = \ln|1+u^2| + c.$

$$\frac{x}{1+u^2} = \lambda \rightarrow \frac{x}{1+\frac{y^2}{x^2}} = \lambda \Rightarrow \frac{x^3}{x^2+y^2} = \lambda.$$

H.w.:- p. 14 2, 3, 5.

- Exact first order diff. equ. المعادلات التفاضليه الأعتياديه التامه من الرتبه الأولى.

$M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$

$df(x,y) = \dfrac{\partial f}{\partial x}dx + \dfrac{\partial f}{\partial y}dy.$ * التفاضل التام:- هو عبارة عن مجموع المشتقات الجزئيه للداله بالنسبه الى متغيراتها.

$df = M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy.$

$M(x,y) = \dfrac{\partial f}{\partial x}$, $N(x,y) = \dfrac{\partial f}{\partial y}$

$\dfrac{\partial M}{\partial y} = \dfrac{\partial^2 f}{\partial y\,\partial x}$, $\dfrac{\partial N}{\partial x} = \dfrac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial y}$, $\boxed{\dfrac{\partial M}{\partial y} = \dfrac{\partial N}{\partial x}}$