

**مثال //** يتذبذب وتر مشدود بتردد قدره 30Hz عندما يصدر النغمة الأساسية الأولى فإذا كان طول الوتر 60cm وكتلة وحدة الأطوال منه هي 0.5g/cm . 1- احسب سرعة انتقال الموجة المستعرضة في الوتر . 2- احسب قوة الشد في الوتر

1- إن التردد الأساسي للوتر يحدث عندما يهتز الوتر كقطعة واحدة حيث تتكون بطنا واحدة عند منتصفه بينما عند نهايتيه المثبتين عقدتين وفي هذه الحالة يكون طول الوتر مساويا لنصف طول الموجة أي إن

$$\frac{\lambda}{2} = 60 \therefore \lambda = 120cm = 1.2m$$

وحيث إن سرعة الموجة  $v$  هي حاصل ضرب التردد  $f$  في الطول الموجي  $\lambda$  أي إن

$$v = f \lambda$$

$$v = 30 * 1.2 = 36m/sec$$

لحساب قوة الشد  $T$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \therefore v^2 = \frac{T}{\mu} \rightarrow \mu v^2 = T$$

$$T = 0.05 * (36)^2 = 64.8 N$$

**مثال //** سلك مرن طوله 0.99m وكتلته 1 gm مشدود بقوة تعادل  $T$  نيوتن إذا كان السلك يهتز بثلاث بطون وبتردد قدره 500 Hz ، احسب قوة الشد.

$$f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

عندما يهتز السلك بثلاث بطون تفصلها عقد فانه يهتز بثلاث قطع تفصلها نقاط ثابتة .  $n=3$

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0.001}{0.99}$$

$$500 = \frac{3}{2 * 0.99} \sqrt{\frac{T}{\frac{0.001}{0.99}}} \therefore T = 110N$$

### تحليل فوريير

فوريير هو عالم فرنسي شرح كيف يمكننا استخدام مبدأ التراكب لتحليل الموجات الغير حبيبية ولقد وضع أنه بإمكاننا أن نمثل أي موجة مكان بمجموع عدد كبير من الموجات ذات ترددات وذات ساعات معينة. إن نظرية فوريير تخبرنا بأن أي منحنى أيا كان شكله أو بأي طريقة تتم الحصول عليه أصلاً يمكننا أن ننتجه أو نمثله بتداخل عدد كافي من الموجات التوافقية الحبيبية هذا ما يوضحه الشكل (3-7) يبين مثال

لمتسلسلات فوريير هذا هو اسم هذا الجمع إن المنحنى الذي على شكل أسنان منشار يوضح التغير في الزمن عندما ( $x=0$ ) للموجة التي نريد تمثيلها .

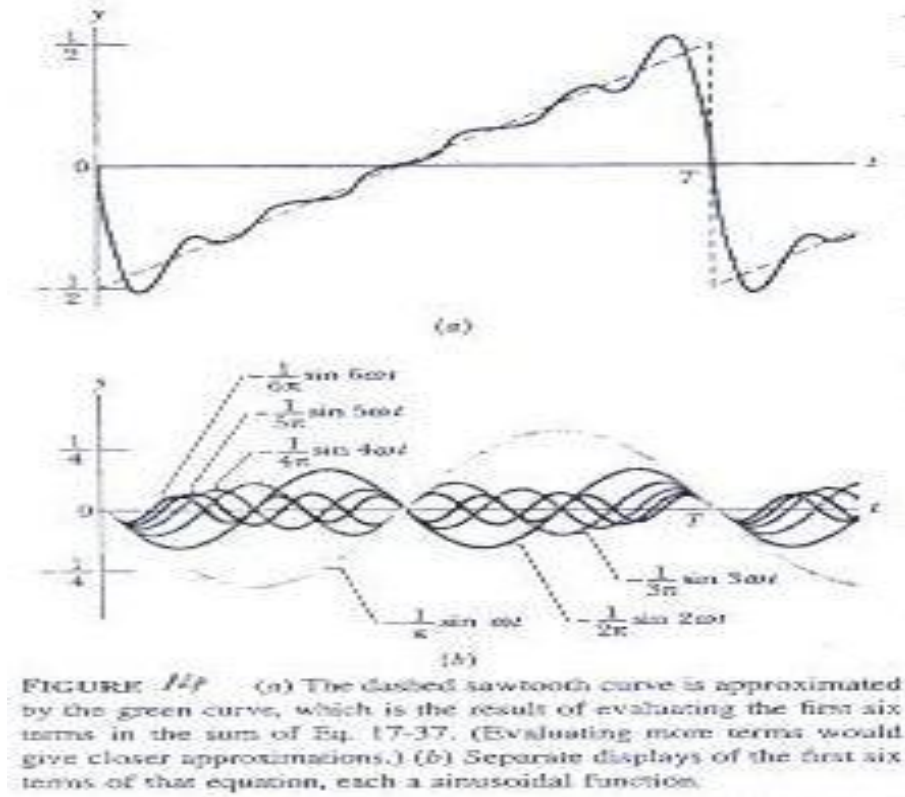


FIGURE 17p (a) The dashed sawtooth curve is approximated by the green curve, which is the result of evaluating the first six terms in the sum of Eq. 17-37. (Evaluating more terms would give closer approximations.) (b) Separate displays of the first six terms of that equation, each a sinusoidal function.

شكل (3-7) تحليل فوريير

يمكن كتابة صيغة متسلسلة فوريير بالشكل الآتي :

$$y(t) = -\frac{1}{\lambda} \sin \omega t - \frac{1}{2\lambda} \sin 2\omega t - \frac{1}{3\lambda} \sin 3\omega t - \dots \dots$$

والتي فيها  $w = \frac{2\pi}{T}$  حيث  $T$  هو الزمن الدوري للمنحنى الذي على شكل أسنان منشار ناتج من جمع الست حدود في المعادلة ، وينطبق هذا المنحنى على المنحنى المنقط وبإضافة حدود أخرى يمكننا أن نقترب أكثر من الشكل المنقط .

### الحركة الموجية في بعدين

الموجات في بعدين هي التي تتقدم على امتداد سطح مستو يتعين بمحورين فقط . وخير مثال على هذا النوع من الحركة الموجية هو الموجات المستعرضة المنتقلة في الاغشية الرقيقة المتوترة مثل غشاء الصابون او غشاء الطبل او مكبرة الصوت .اي ان الغشاء في هذه الحالة يمكن تصويره عبارة عن وتر مرن ذي بعدين .وعلى هذا الاساس يمكن الحصول على معادلة الحركة الموجية في بعدين بطريقة

مماثلة تماما لتلك المستخدمة للحصول على معادلة الحركة الموجية في بعد واحد في الحبل المتوتر .

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\sigma}{S} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

هذه تمثل معادلة الحركة الموجية في بعدين . ولاحظ أن النسبة  $\frac{S}{\sigma}$  تمثل مربع سرعة الموجة المستعرضة المتحركة على غشاء قوة الشد السطحي فيه  $S$  وكثافته السطحية  $\sigma$  . فإذا رمزنا لسرعة الموجة بالرمز  $c$  فإن  $c^2 = \frac{S}{\sigma}$

وبذلك تصبح معادلة الحركة للموجة المستعرضة في الغشاء المتوتر كالاتي :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

### الحركة الموجية في ثلاثة أبعاد (موجات الصوت في الهواء)

سبق وان درسنا الحركة الموجية في بعد واحد وفي بعدين وهذه في الواقع لا تمثل حالات عامة إذ إن معظم المسائل الصوتية في ثلاثة أبعاد حيث إن أي مصدر صوتي يبعث موجاته في ثلاثة اتجاهات . والمعادلة العامة التي تصف انتشار الموجة الصوتية في أي وسط مادي ذي ثلاثة أبعاد يمكن اشتقاقها بإتباع نفس الخطوط العامة التي سبق إن اتبعناها في حالة التعامل مع الموجة الصوتية في بعد واحد . إن الشكل النهائي لمعادلة الحركة الموجية في ثلاثة أبعاد يمكن اشتقاقه باستخدام أي نظام للإحداثيات سواء كان متعامد (كارتيزيا) أو كرويا أو اسطوانيا . الصيغة العامة لمعادلة الحركة الموجية في ثلاثة أبعاد تأخذ الشكل الآتي :

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

حيث إن  $\psi$  هي دالة الموجة وتمثل الخاصية أو المتغير الذي يصف الموجة مثل إزاحة الجسم أو سرعته أو تعجيله . وان  $\nabla^2$  يمثل المؤثر التفاضلي ويدعى مؤثر لابلاس ، وهذا المؤثر يأخذ الصيغة التي يحددها نظام الاحداثيات المستخدم في المعادلة .

فمثلا في الإحداثيات الكارتيزية (x, y, z) يكون :

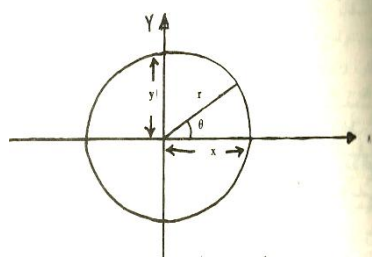
$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

وفي الإحداثيات الكروية (r, θ, φ) يكون :

$$\Delta^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

وفي الإحداثيات الاسطوانية  $(r, \phi, z)$  يكون:

$$\Delta^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

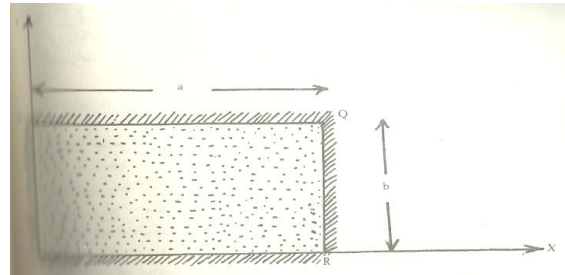


### الاهتزازات الطبيعية للأغشية المحدودة

إن الاهتزاز الطبيعي لأي غشاء محدود يعتمد على طبيعته وشكله وشروطه الحدودية . وتختلف درجة التعقيد الرياضية اللازمة للتحليل باختلاف الأشكال والشروط فمثلا تكون الرياضيات المستخدمة لتحليل غشاء مربع أو مستطيل الشكل أبسط من حالة الأغشية الدائرية الشكل ،ولهذا السبب سنبدأ بدراسة الحالة البسيطة وهي تحليل الاهتزازات في غشاء مستطيل الشكل والذي سيمكننا من إيجاد الترددات الطبيعية المسموحة للغشاء التي يهتز بها وأنماط الحركة المرافقة لتلك الاهتزازات.

#### 1- الاهتزازات الطبيعية للأغشية المستطيلة الشكل

نفرض إن لدينا غشاء منتظم مستطيل الشكل أبعاده  $a, b$  ومثبت من جميع حافته بإحكام كما مبين في الشكل (3-8)



الشكل (3-8) يبين غشاء مستطيل أبعاده  $(a, b)$  ومثبت من حافته بإحكام

إن معادلة الحركة الموجية التي تصف الاهتزاز المستعرض في غشاء منتظم هي

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

حيث  $x, y$  تقاس في مستوى الغشاء و  $z$  تمثل الإزاحة العمودية على مستوى الغشاء و  $c$  هي سرعة تقدم الموجة وتساوي  $\sqrt{\frac{S}{\sigma}}$  وهذه المعادلة مناسبة تماما لإيجاد نمط الاهتزاز الطبيعي في الأغشية المستطيلة

والمربعة والمثلثة الشكل .