

أشكال ليساجو

عندما يخضع جسيم أنيا لحركتين توافقيتين بسيطتين متعامدتين فان محصلة الحركة للجسيم تكون على مسار منحنى ، وشكل هذا المنحنى يدعى بشكل ليساجو . ويعتمد على سعة وتردد كل من الحركتين التوافقيتين البسيطتين وفرق الطور بينهما .

فوائد أشكال ليساجو :

- 1- وسيلة لمقارنة ترددتين أو الزمن الدوري لحركتين توافقيتين بسيطتين
- 2- لإيجاد قيمة التردد المجهول إذا توفر لدينا تردد معلوم
- 3- للكشف عن التغيير في طور الحركة الناتجة من تركيب اهتزازين متعامدين

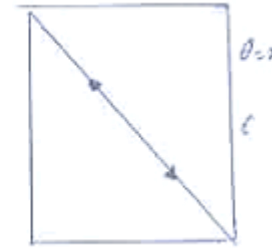
أمثلة على أشكال ليساجو

أ- الاهتزاز المستقطب خطيا

عندما $\theta = 0$ ، $\theta = 2\pi$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos\theta = \sin^2\theta$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} = 0$$



$$\left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right)^2 = 0$$

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$

$$\therefore x = \frac{a}{b}y$$

$$, y = \frac{b}{a}x$$

هذه المعادلة تمثل مسار يسلكه الجسيم مسارا خطيا مستقيما وان ميله مقدار موجب يساوي $\frac{b}{a}$

ب- عندما $\theta = \frac{\pi}{2}$ أو $\theta = \frac{3\pi}{2}$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos\theta = \sin^2\theta$$

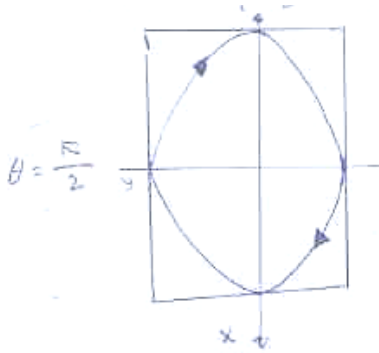
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \theta = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

معادلة قطع ناقص يقع محورها الأساسيين على امتداد المحورين السيني والصادي.

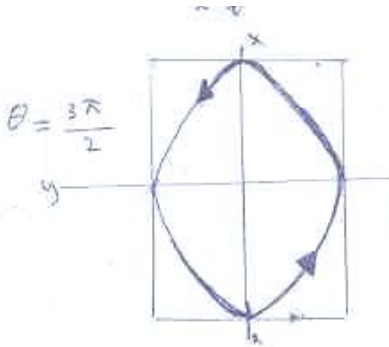
$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ عندما}$$

تبدأ بالتناقص من y تبدأ مباشرة بالزيادة من الصفر واتجاه حركته معاكس لحركة عقرب الساعة عند $t=0$ فان x أقصى موجة لها. بينما



$$\theta = \frac{3\pi}{2} \text{ عندما}$$

اتجاه الحركة يتغير يكون اتجاه حركة الجسم باتجاه حركة عقرب الساعة



$$\theta = \pi \text{ عندما}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \theta = \sin^2 \theta$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{2xy}{ab} + \frac{y^2}{b^2} = 0$$

$$\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)^2 = 0$$

الحالة تمثل مسار يسلكه الجسم مسار خطيا مستقيما ميله سالب $-\frac{b}{a}$

$$y = -\frac{b}{a} x$$

ج- عندما $\theta = \frac{7\pi}{4}$ أو $\theta = \frac{\pi}{4}$ نأخذ شكل ناقص مائل
 $\theta = \frac{\pi}{4}$ فان اتجاه حركة الجسم معاكسا لاتجاه عقرب الساعة
 $\frac{7\pi}{4}$ اتجاه حركة الجسم يكون بنفس اتجاه حركة عقرب الساعة

جميع الحالات تعتبر شكل قطع ناقص وان الدائرة والخط والمستقيم حالتان خاصتان من القطع الناقص.

مثال// في تجربة للحصول على أشكال ليساجو استخدمت شوكتا رنين تردد الأولى 250Hz ووجد أن شكل ليساجو الدائري يكمل بعد مرور 5sec كيف يمكن إيجاد تردد الشوكة الثانية؟

نأخذ شوكة رنانة مجهولة f

نأخذ شوكة رنانة ترددها f2 وهذا يختلف قليلا عن f1

إذا فرضنا دورة كاملة من التغير في الشكل تستغرق t ثانية فان فرق التردد بين الشوكتين $\frac{1}{t}$

تردد الشوكة المجهولة $f_2 \pm \frac{1}{t}$

بما إن الزمن المستغرق ليكمل شكل ليساجو الدائري 5sec

لذا فرق التردد بين الشوكتين $0.2 = \frac{1}{5}$

بما إن تردد الشوكة المعلومة 250

إذن تردد الشوكة المجهولة إما 250.2 أو 249.8

تركيب حركات توافقية متعددة

نفرض إن لدينا موجتين مختلفتين في السعة احدهما جيبيية والأخرى جيب تمام

$$y_1 = A \sin \omega t$$

$$y_2 = A \cos \omega t$$

$$y = A \sin \omega t + A \cos \omega t \dots \dots (1)$$

المحصلة المفترضة هي :

$$y = C \sin(\omega t + \theta)$$

$$y = C \sin \omega t \cos \theta + C \cos \omega t \sin \theta \dots \dots (2)$$

بمقارنة 1 بـ 2

$$A \sin \omega t = C \sin \omega t \cos \theta$$

$$A = C \cos \theta \dots \dots (3)$$

$$B = C \sin \theta \dots \dots (4)$$

بتربيع وجمع 3 و 4 نحصل على :

$$A^2 = C^2 \cos^2 \theta$$

$$B^2 = C^2 \sin^2 \theta$$

$$A^2 + B^2 = C^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)$$

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} \quad \text{سعة المحصلة}$$

لإيجاد الزاوية : بقسمة 4 على 3 نحصل على :

$$\frac{B}{A} = \frac{C \sin \theta}{C \cos \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{B}{A}$$

حيث θ هي زاوية الطور المحصلة