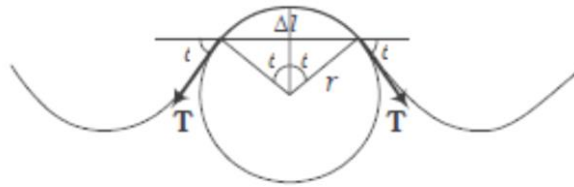


خواص الحركة الموجية

- ١- الحركة الموجية عبارة عن اضطراب يحدث في الوسط نتيجة لحركة دورية متكررة لدقائق الوسط حول مواضع استقرارها.
- ٢- الموجات هي التي تنتقل أو تنتشر إلى الأمام أما دقائق الوسط فتذبذب حول مواقع استقرارها.
- ٣- سرعة الموجة المنتشرة تختلف عن السرعة التي تتذبذب فيها دقائق الوسط حيث إن الموجة تنتشر بسرعة منتظمة بينما تختلف سرعة الدقائق باختلاف مواقعها حيث تكون سرعتها أعظم ما يمكن عندما تقع في موقع الاستقرار.
- ١- هناك فرق في الطور منظم بين دقائق الوسط المختلفة حيث إن الدقائق التي تقع في الأمام تبدأ بالاهتزاز وبعدها بفترة زمنية تهتز الدقائق التي تليها.

سرعة انتشار الأمواج الميكانيكية في حبل مشدود

تنتشر الأمواج الميكانيكية في الأوساط الصلبة كالأوتار والمعادن وغير الصلبة كالسوائل والغازات وتعتمد سرعة انتشارها على خواص الوسط ومرونته . حيث تنتشر في حبل مشدود بشكل أفضل من آخر غير مشدود وفي حبل خفيف بالمقارنة مع حبل ثقيل ولتحديد سرعة الانتشار نختار عنصر Δl من حبل مشدود من طرفيه بقوة T بينما تنتشر فيه الموجة بسرعة v كما في الشكل (3-4) .



شكل (3-4) جسيم يتحرك على قوس دائري

فنلاحظ إن محصلة الشد عليه تتجه نحو مركز القوس وقيمتها:

$$2T \sin\theta \approx 2T\theta \approx 2T(\Delta l / 2) = T \Delta l / 2$$

ونظر لأنها قوة مركزية فهي تساوي mv^2/r

$$\therefore \frac{T \Delta l}{2} = \frac{mv^2}{r} = \frac{\rho \Delta l v^2}{r}$$

حيث وضعنا طول العنصر $m = \rho \Delta l$ باعتبار أن μ الكثافة الطولية للكتلة ، لذلك:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

سرعة الانتشار تتناسب طرديا مع الشد قوة الشد في الحبل وعكسيا مع كثافته الكلية

مثال // يهتز جبل طوله 0.5m مشدود بقوة 10N بسعة 1cm وبمعدل 200 مرة بالثانية. ما سرعة انتشار الموجة فيه إذا كانت كتلته 50g وما طول الموجة وكيف يتغير لو ضاعفنا قوة الشد ؟
الحل // نحسب الكثافة الكتلية للحبل:

$$\rho = \frac{m}{l} = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{0.5} = 0.1 \text{ Kg/m}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}} = \sqrt{\frac{10}{0.1}} = 10 \text{ m/sec}$$

نجد سرعة الانتشار

$$\lambda = v T = \frac{v}{f} = \frac{10}{200} = 0.05 \text{ m}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}} = \sqrt{\frac{20}{0.1}} = 14.1 \text{ m/sec}$$

إذا تضاعفت قوة الشد تتغير سرعة الانتشار

زيادة الشدة غيرت سرعة الانتشار إلا أنها لا تؤثر على التردد والزمن الدوري لأنها عوامل خارجية ناتجة عن مصدر الاهتزاز.

معادلة الموجة.

يمكن وصف الإزاحة y لجسيمة في خيط (وتر) عند الموضع x والزمن t بالصورة التالية
 $y(x, t) = y_m \sin(kx - wt)$

حيث إن :

y_m : سعة الموجة ، k : العدد الموجي ، w : التردد الزاوي

عند ثبوت الزمن ($t=0$) فإن المعادلة تصبح

$$y_m \sin kx$$

بما أن الإزاحة y هي نفسها عند نهايتي الطول الموجي وهذا يعني : $x=x_1$ و $x=x_1+\lambda$

$$y = y_m \sin kx_1 = y_m \sin k(x_1 + \lambda)$$

$$y = y_m \sin(kx_1 + k\lambda)$$

الدالة الجيبية تبدأ لتعيد نفسها عندما تزداد زاويتها بمقدار (2π) زاوية نصف قطرية لذا تصبح المعادلة

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

إذا كان الموضع ثابت ($x=0$) فإن حركة الخيط المتحركة إلى الأعلى والأسفل

$$y(0, t) = y_m \sin(-wt) = -y_m \sin wt$$

وبتطبيق المعادلة لكل نهاية للخط من الفترة الزمنية T وبمساواة النتائج نحصل على التالي :

$$y = y_m \sin wt = -y_m \sin w(t + T)$$

$$y = -y_m \sin(wt + wT)$$

$$w = \frac{2\pi}{T}, \quad f = \frac{1}{T} = \frac{w}{2\pi}$$

وتعطي سرعة جسيمات الموجة في الوسط من خلال المعادلة التالية:

$$v(x, t) = \frac{\partial y}{\partial t} = wA \sin(kx - wt)$$

$$a(x, t) = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} =$$

وتعجيل هذه الجسيمات

$$-wA \cos(kx - wt)$$

ومن حساب الميل عند أية نقطة من خلال الآتي:

$$slop = \frac{\partial y}{\partial x} = -kA \sin(kx - wt)$$

ويحسب انحناء الموجة (Curvature) بالصورة التالية:

$$Curvature = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -k^2 A \cos(kx - wt)$$

عندما نقسم معادلة التعجيل على معادلة الانحناء نحصل على الآتي :

$$\frac{\partial^2 y / \partial t^2}{\partial^2 y / \partial x^2} = \frac{w^2}{k^2}$$

$$w = 2\pi f = 2\pi \frac{v}{\lambda} = vk$$

وباستخدام العلاقة

$$\therefore \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}$$

معادلة الموجة في بعد واحد

حل معادلة الموجة

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 y}{dt^2}$$

$$y = f(x, t)$$

$$y(x, t) = f_1(ct - x)$$

or

$$y(x, t) = f_2(ct + x)$$

$$y = f_1(ct - x) + f_2(ct + x)$$

فإذا كانت y تمثل إزاحة متذبذب توافقي بسيط

$$y = a \sin(\omega t - \phi)$$

or

$$y = b \cos(\omega t - \phi)$$

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}, \quad \phi = \frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$y = a \sin(\omega t - \phi) = a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(ct - x)$$

و هذا الحل العام للموجات المستوية المستعرضة والطولية أيضا.

$$y = a \sin(\omega t - \phi) = a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(ct - x)$$

λ : الطول الموجي و يعني الفرق في الموقع بين أي متذبذبين فرق الطور بينهما 2π

$$c = \frac{\omega \lambda}{2\pi} = f \lambda \quad \text{سرعة الطور}$$

عدد f (التردد) من الأطوال الموجية سوف يعبر نقطة معينة في وحدة الزمن، و المسافة المقطوعة (الأطوال الموجية) المقطوعة في وحدة الزمن هي السرعة.

$$y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(ct - x)$$

$$y = a \sin 2\pi \left(f t - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$y = a \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

$$y = a \sin(\omega t - k x)$$

مثال// إذا كانت معادلة الموجة المستعرضة في حبل هي $y = 5 \sin 2\pi \left(\frac{t}{0.04} - \frac{x}{50} \right)$ حيث t

بالثواني و y, x (cm). احسب ١- طول الموجة ٢- السعة ٣- التردد ٤- سرعة الموجة

٥- السرعة والتعجيل لجسيمات الحبل

$$y = A \sin(\omega t - kx) \Rightarrow y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

بالمقارنة مع المعادلة نجد أن $\lambda = 50$ و $A = 5$ و $T = 0.04$

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.04} = 25 \text{ sec}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{50}{0.04} =$$

سرعة انتشار الموجة

$$1250 \text{ cm/sec}$$

سرعة الجسيمات تتحرك حركة توافقية بسيطة نحصل عليها من تفاضل الإزاحة $\frac{dy}{dt}$

$$A \frac{2\pi}{T} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -A \frac{4\pi^2}{T^2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

مثال// تنتشر موجة مستعرضة في وسط مادي بحيث يهتز الجسم وفق العلاقة $y = 2 \sin 5\pi t$

١- ما السعة العظمى للاهتزاز الجسم وما ترددها وزمنها الدوري؟

٢- ما طول الموجة والعدد الموجي إذا كانت سرعة انتشار الموجة 30 m/sec ؟

٣- ما معادلة الحركة لنقطة تبعد 5 m عن الجسيم؟

٤- ما فرق الطور بين الجسيم والنقطة؟

الحل// ١- نلاحظ من معادلة الاهتزاز إن السعة العظمى $(A) = 2 \text{ cm}$ ، والسرعة الزاوية

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{5\pi}{2\pi} = 2.5 \text{ Hz}$$

$W = 5\pi \text{ rad/sec}$ ، لذا يكون التردد

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2.5} = 0.4 \text{ sec}$$

$$\lambda = v t \Rightarrow \lambda = v/f$$

٢- لحساب طول الموجة

$$\lambda = 30 * 0.4 = 12$$

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{12} = 0.52 \text{ m}^{-1}$$

$$3- y = A \sin(\omega t - kx)$$

$$y = 2 \sin(5\pi t - 0.52 * 5) \Rightarrow y = 2 \sin(5\pi t - 2.5)$$

4- فرق الطور بين الجسم والنقطة هو 2.6 rad .