**المحاضرة الخامسة والسادسة:**

**العرض البياني :**

إن من بداهة الأمور، لا يسعى الكثير من الأفراد إلى مراجعة الأرقام وتمحيصها، أو التنقيب فيها بحثاً عن الحقائق؛ بل هم أكثر رغبة في الحصول على المعلومات بأقل جهد ووقت. ولهذا نجد بعضهم يضع المعلومات بجداول أو أشكال توضيحية، ومثل هذه الطريقة تسمى بـ (العرض البياني). ولكي يحقق العرض البياني هدفه، لابد من أن يكون بسيطاً وواضحاً ودقيقاً في نقل البيانات الإحصائية لكي لا يعطي صورة مضللة لها.

إن مرحلة تكوين الجداول والأشكال البيانية، هي المرحلة الأولى في العمل الإحصائي، إذ يحتاج الباحث إلى تنظيم بياناته في جدول أو عرضها مرسومة وقد تزداد حاجته إلى هذا التنظيم كلما كان حجم العينة كبير. والملفت للنظر هنا انه عندما نقوم بجمع بيانات إحصائية عن ظاهرة معينة، سيؤول أمر هذه البيانات بعد تبويبها إلى وضعها في جداول إحصائية معينة، ومع أن الأرقام الموجودة في هذه الجداول هي أدق وصف متوافر عن تلك الظاهرة، كان الكثير من القراء والمتابعين لا يهمهم من هذه الأرقام سوى الصورة الإجمالية لها. لذا سيكون العرض البياني لهذه الأرقام هو الطريقة المفضلة لإعطاء الصورة الإجمالية المطلوبة. وتعد الرسوم البيانية والصور التوضيحية إحدى الوسائل التي تساعد على عرض البيانات، عرضاً مبسطاً يسهل استيعابه في توضيح التغيرات لكثير من الظواهر والمتغيرات المبحوثة أو المقاسة، كما أنها توجه نظر الباحثين لبعض الحقائق الهامة التي قد لا تظهرها الجداول.

وللعرض البياني طرائق متعددة، إذ تختلف عندها أنواع الرسوم والأشكال البيانية بحسب نوعية وطبيعة الشكل أو الظاهرة، والهدف من عرض البيانات.

**تمثيل وعرض البيانات الإحصائية :**

لوسائل عرض البيانات هنالك أربعة أساليب مختلفة، هي :

**1/** وضع القيم والأرقام بشكل تقرير.

2/ عرض وتقديم البيانات في جداول.

3/ تقديمها برسوم ذات صور وأشكال هندسية منوعة.

4/ تمثيل البيانات وتلخيصها بمؤشرات ومقاييس إحصائية معروفة.

ومن خلال استخدام الرسوم البيانية والصور والأشكال الهندسية يمكن توضيح البيانات بشكل يتناسب وسهولة فهمها أو استيعاب المعلومات الدالة عنها وبالتالي مقارنتها مع بعضها. وفي العمل الإحصائي أو البحثي يمكن استخدام مختلف الرسومات البيانية ، وذلك من خلال وضع هذه الرسوم بصيغة توزيعات بسيطة أو تكرارية، ولتنفيذ عملية الرسم نستخدم المحاور، فالمحور السيني (الأفقي) يمثل الفئات أو قيم الظاهرة المقاسة، والمحور الصادي (العمودي) يمثل التكرارات.

وحتى نتمكن من إتمام عملية العرض البياني، وتمثيل البيانات الإحصائية بالرسم أو الصور والأشكال الهندسية المتنوعة، لابد من إتباع السياق الآتي :

**1/** نرسم مستقيمين متعامدين يلتقيان في نقطة تسمى بنقطة (الصفر) ويطلق على كل مستقيم منها (الإحداثي) أو (المحور) فيكون المستقيم الأفقي (الإحداثي السيني) والمستقيم العمودي (الإحداثي الصادي).

**2/** يقسم كل إحداثي (محور) إلى أقسام تتناسب مع البيانات المعنية بالمتغير أو الظاهرة المقاسة على أن تكون متساوية الأجزاء للمحور الواحد.

المحور (الإحداثي الصادي)

المحور (الإحداثي السيني) صفر

**3/** تمثل البيانات المعنية بالمحور السيني (المتغير المستقل) في حين تمثل البيانات المعنية بالمحور الصادي (المتغير التابع).

4/ يجب أن يكون هنالك عنوان للرسم أو الشكل، وان يكون له رقم يمثله في تسلسل الأشكال، وان يدرج أسفل الشكل.

5/ يفضل دائماً أن تكون الرسوم والأشكال البيانية واضحة وبسيطة وغير مزدوجة لغرض فهمها بيسر.

6/ في حال تمثيل أكثر من متغير في رسم أو شكل واحد ، لابد من توضيح ذلك بالألوان المختلفة مع بيان شرح واف عن هذه المتغيرات على الجانب العلوي الأيمن من الشكل.

**عرض البيانات غير المبوبة :**

من الحقائق التي توصلنا إليها ، أن الجداول الإحصائية هي الطريقة الشائعة في تقديم البيانات وعرضها، إلاّ إن طبيعة الأرقام قد لا تساعد أو تشجع المطلّع العادي على قراءتها أو تفهم مدلولاتها بسرعة وسهولة إلاّ إذا تمعن في مقارنتها. لذلك تستخدم طرائق أخرى لعرض البيانات وتوضيحها بشكل يعطي المطلّع فكرة واضحة وسريعة عن الظاهرة المقاسة. ومثل هذه الطرائق تستخدم بناءاً على نوع البيانات والغرض من نشرها أو عرضها فضلاً عن المستوى الثقافي للمطلع على البيانات.

وعندما تكون البيانات غير المبوبة، يمكن تلخيص عرضها بعدة طرائق منها : الرسوم التصويرية، الأشكال البيانية (الهندسية)، الخط البياني.

**الرسوم التصويرية :**

تعد هذه الطريقة من الطرائق المشوقة لعرض البيانات، كما أنها تعطي للظاهرة صورة سهلة الفهم، ويستوعبها الذهن بدون عناء، إذ ترسخ فيه لمدة طويلة. وهذا متأت من أن تمثيل الظاهرة في مثل هذه الطريقة بصورة (تصوير) من نوع تلك الظاهرة يتناسب حجمها مع حجم الكمية المطلوبة تمثيلها. أي إن هذه الطريقة تكون الصورة المعبرّة عن البيانات المراد عرضها وسيلة إيضاحية تجذب انتباه المطلّع أو المشاهد. ومثالها : عند التعبير عن ممارسي بعض الألعاب الرياضية من طلبة الجامعة في سنوات مختلفة، فكل صورة لرجل تمثل (300) ممارس للألعاب وأية صورة لامرأة تمثل (300) ممارسة للألعاب. ومن هذا نضع عدد من الصور بقدر الممارسين للألعاب خلال السنة الواحدة. ولنفرض أن عدد الممارسين في سنة 2008 كان (600) طالب و (200) طالبة، وعند سنة 2009 كان عدد الممارسين (750) طالب و (350) طالبة، أما عند سنة 2010 فكان عدد الممارسين (900) طالب و (500) طالبة. فيمكن هنا تمثيل هذه الأعداد بالصور الآتية :

**أعداد الطلبة**

**🚹 يمثل 300 من الذكور**

**1200**

**🚺 يمثل 300 من الإناث**

**900**

**🚹**

**🚹 600 🚺 🚹 🚹 🚹**

**🚺 300 🚺 🚹 🚺 🚹 🚺 🚹**

**صفر**

**السنوات 2010 2009 2008**

**الأشكال البيانية (الهندسية) :**

تمثل الظاهرة في هذه الطريقة بشكل هندسي فتكون الاستعانة هنا بالأشكال الهندسية كالمثلثات متساوية الأضلاع والمربعات والمستطيلات والدوائر. " وينطوي معنى التعبير عن الظاهرة بالأشكال الهندسية على استخدام المساحات بدلاً من الخطوط أو الأعمدة في تمثيل الأرقام " وهنا ننبه إلى وجوب تناسب مساحات الأشكال مع أرقام الظاهرة، إذ يلاحظ إن الجذور التربيعية للمساحات تتناسب مع أطوال أضلاع المثلثات، أو أطوال أضلاع المربعات ، او أنصاف أقطار الدوائر. يزاد على هذا أن تمثيل الظاهرة بطريقة الأشكال الهندسية يعد أدق من تمثيلها بطريقة الرسوم التصويرية.

وحيث أن للتمثيل البياني بالأشكال الهندسية أكثر من طريقة، عليه :

فان استخدام أي من هذه الأشكال يتوقف على طبيعة البيانات المراد عرضها. وفي أدناه استعراض مبسط لأهم هذه الأشكال وطرائق عرضها.

**المستطيل البياني :**

إن فكرة تمثيل البيانات بهذا الشكل تنبع من أن البيانات الكلية تمثل بمستطيلات صغيرة تؤلف بمجموعها المستطيل الكبير، وان تكون متساوية الارتفاع إلاّ إنها تختلف في طول قاعدة كل منها، وان مساحات المستطيلات الممثلة للبيانات تتناسب مع أطوال القواعد بحسب نظرية هندسية وعلى هذا يمكننا حساب طول القاعدة الجزئية لأي من المستطيلات الفرعية، والتي تمثل بمجموعها طول القاعدة الكلية للمستطيل البياني، من خلال استخدام المعادلة الآتية :

البيانات الجزئية

طول قاعدة المستطيل الجزئي = طول قاعدة المستطيل الكلي ×

البيانات الكلية

**مثال :** في استطلاع أولي اجري على طلاب جامعة بابل تبين أن (2500) طالب يمارسون لعبة كرة القدم في أوقات فراغهم ، منهم (1500) في الكليات الإنسانية، و (450) طالب في الكليات العلمية، و (550) طالب في كلية التربية الرياضية. المطلوب : تمثيل هذه البيانات بمستطيل بياني.

**الحل :** نرسم مستطيلاً مناسباً،وليكن طول قاعدته (12)سم، ثم نقسّم قاعدته على النحو الآتي:

1500

قاعدة الطلاب الممارسين لكرة القدم في الكليات الإنسانية = 12 × = 7.20 سم

2500

450

قاعدة الطلاب الممارسين لكرة القدم في الكليات العلمية = 12 × = 2.16 سم

2500

550

قاعدة الطلاب الممارسين لكرة القدم في كلية التربية الرياضية= 12× =2.64 سم

2500

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| ممارسو التربية الرياضية | ممارسو الكليات العلمية | ممارسو الكليات الإنسانية |

صفر 12

**الأشرطة البيانية :**

يقصد بالأشرطة البيانية، مجموعة من المستطيلات (عمودية أو أفقية) والغالب منها يكون عمودياً. وترسم بطريقة تكون قواعدها متساوية وارتفاعاتها تتناسب مع الأعداد التي تمثل البيانات، وهذه الطريقة منتشرة على نحو واسع لكثرة استخدامها في العديد من المؤسسات المختلفة. ولاستخدام هذا النوع من التمثيل البياني نتبع الخطوات الآتية :

**1/** نرسم إحداثيين يلتقيان في نقطة الأصل (الصفر) بحيث يمثل الإحداثي الأول القيمة الوصفية، والإحداثي الثاني القيمة العددية للقيمة المقابلة للقيمة الوصفية.

2/ اختيار مقياس رسم مناسب يتناسب مع حجم ورقة الرسم وحجم القيم العددية.

3/ رسم مستطيلات ذات قواعد متساوية وارتفاعات مختلفة على شكل تتناسب أطوالها مع الأعداد التي يمثلها المستطيل، أما إذا كانت الظاهرة المعروضة تمثل تغيراً بعضه بالزيادة وبعضه بالنقصان فيمكن رسم الأعمدة في وضع أفقي. وفي هذه الحالة تكون القواعد للمستطيلات مختلفة والارتفاعات متساوية.

4/ بالإمكان رسم الأشرطة البيانية بصورة متباعدة، على أن يكون البعد مناسباً. ولكن عند مقارنة ظاهرتين أو أكثر تكون الأشرطة (المستطيلات) المقارنة متلاصقة.

بقي أن نقول: ليس هنالك ما يحول دون كتابة الأرقام على رأس العمود أو بداخله بدلاً من وضع محور مدرج بجوار الرسم تسهيلاً للقارئ.

**مثال :** في (2000) ميلادي قُبل مجموعة من الطلاب مختلفة الفروع الدراسية في كلية التربية الرياضية وبأعداد الآتية: (55) فرع علمي، (35) فرع أدبي، (15) مهني، (10) أبطال، (5) معاهد معلمين. المطلوب : تمثيل هذه الأرقام بأشرطة بيانية.

**أعداد الطلاب**

**80**

**70**

**60**

**50**

**40**

**30**

**20**

**10**

**الفروع الدراسية معاهد المعلمين أبطال مهني أدبي علمي صفر**

**الدائرة البيانية :**

تعد عملية الرسم بطريقة الدوائر البيانية، من أحسن الأشكال وأبسطها. خاصة إذا كانت الظاهرة مقسمة إلى أجزاء، ففي هذه الحالة يمكن رسم دائرة تتناسب مساحتها مع أرقام الظاهرة، ثم تقسم الدائرة إلى قطاعات تتجمع في مركز الدائرة، وتكون زوايا القطاعات متناسبة مع قيم أجزاء الظاهرة. وفي حال إجراء المقارنات بين الأجزاء يمكن استبدال الأرقام بنسب مئوية.

وعلى هذا، ومن أجل توضيح بيانات معينة بوساطة الدائرة البيانية، تعد مساحة هذه الدائرة هي الممثلة لهذه البيانات، والتي يمكن تقسيمها إلى قطاعات بحيث تمثل مساحة القطاع البيانات الخاصة التي تعود إلى واحد من حقول البيانات. وتقسيم الدائرة إلى قطاعات يتم برسم أنصاف أقطار. " ولما كانت مساحة القطاع تتناسب مع زاويته كانت النسبة بين مساحات القطاعات المختلفة في الدائرة الواحدة كالنسبة بين الزوايا المركزية للقطاعات. ولذلك تقسم الزاوية المركزية الكلية للدائرة وهي 360° إلى زوايا مركزية تتناسب مع أعداد البيانات ".

ويرى بعض من الإحصائيين أن هذه الطريقة تعد من أفضل الطرائق لتمثيل البيانات ذات الصفة المشتركة، ويمكن بوساطتها أن تقارن الأجزاء بعضها ببعض، ثم الجزء (القطاع الدائري) بالكل (الدائرة). ولمثيل البيانات بهذه الطريقة نتبع الخطوات الآتية :

**1/** نحسب التكرار النسبي لكل صفة مقاسة

قيمة الجزء المحدد

التكرار النسبي =

المجموع الكلي للأجزاء

**2/** نضرب التكرار النسبي بزاوية الدائرة للحصول على زاوية القطاع لكل صفة.

زاوية القطاع للصفة = التكرار النسبي × 360°

**3/** نقوم برسم دائرة معينة ونرسم عليها نصف قطر.

4/ نرسم الزاوية المركزية التي ضلعها الابتدائي نصف القطر و الممثلة بالقطاع، وذلك من خلال رسم الأجزاء إبتداءً من أكبر مقطع من الزاوية بعد تقسيم الدائرة إلى أربعة أقسام لتسهيل الرسم، فضلاً عن إعطاء ألوان مختلفة لكل مقطع لتوضيح شكل أو حجم الصفة التي تعود لها.

**مثال :** بالرجوع إلى بيانات المثال السابق، مثّل أرقامها بالرسم الدائري.

**الحل :**

**1/** من خطوات عمل الدائرة البيانية نحصل على المعلومات في الجدول الآتي :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **الفروع الدراسية** | **العدد (التكرار)** | **التكرار النسبي** | **زاوية القطاع** |
| العلمي | 55 | 0.46 | 0.46 × 360° = 165.6° |
| الأدبي | 35 | 0.29 | 0.29 × 360° = 104.4° |
| المهني | 15 | 0.13 | 0.13 × 360° = 46.8° |
| الأبطال | 10 | 0.08 | 0.08 × 360° = 28.8° |
| معاهد المعلمين | 5 | 0.04 | 0.04 × 360° = 14.4° |
| مجـ | 120 |  | 360° |

**2/** من المعلومات في الجدول في أعلاه نرسم الدائرة البيانية بزوايا قطاعاتها وعلى النحو الآتي :

**العلمية**

**المعاهد**

**الأبطال الأدبي**

**المهني**

**الخط البياني :**

يستخدم الخط البياني ليمثل التغيرات التي تحدث في إحدى الظواهر خلال فترة من الزمن. وهو يعبّر عن العلاقة بين ظاهرتين أو أكثر بحيث تمثل على المحور الأفقي المسميات أو الزمن، وعلى المحور العمودي قيم الظاهرة.وعند رسمه يلاحظ اختيار مقياس رسم مناسب.

والخط البياني ، خط يرسم بطريقة معينة لتوضيح العلاقة بين ظاهرتين أو متغيرين. وتجدر الإشارة هنا إلى أن أي من الظاهرتين إذا كانت غير متصلة لا يجوز تمثيلها بخط أو منحنى بياني، وإنما يستخدم في تمثيلها واحدة من الطرائق السابقة، كأن تكون

طريقة الأعمدة (الأشرطة البيانية) مثلاً. ولهذا يعد التمثيل البياني بـ (الخط البياني) مشابهاً في جوهره التمثيل البياني باستعمال الأعمدة أو الأشرطة البيانية. فالباحث هنا بدلاً من أن يستعمل الأشرطة أو الأعمدة يستعيض عنها بتعيين أعلى نقطة في كل منها ثم يصل بين كل نقطتين متجاورتين بخط مستقيم، وهكذا لبقية النقاط. والحق، أن في مثل هذا النوع من الرسم توفيراً للوقت، إذ إن العين تدرك الأشياء المتصلة أكثر من إدراكها للأشياء المنفصلة. ولم يبق إلاّ أن نقول أن الخط البياني قد يكون منتظماً، أو مكسراً، وذلك بحسب الظواهر التي يمثلها. ففي حال العلاقة بين ظاهرتين منتظمة وثابتة، يكون الخط البياني مستقيماً ومنتظماً، أما في حال أن تكون العلاقة بين الظاهرتين غير تامة، فإن الخط البياني الممثل للتغير سيكون أما منكسراً أو منحنياً.

**مثال :** في قياس لمجموعة تلاميذ باختبار (الوثب الطويل من الثبات) جاءت معدلات نتائجهم بحسب أعمارهم كما في الجدول التالي. المطلوب رسم خط بياني يوضح مقدار التطور الحاصل لدى التلاميذ في انجاز هذا الاختبار.

|  |  |
| --- | --- |
| **العمر (بالسنين)** | **معدل نتيجة الاختبار** |
| 13 | 1.54 |
| 14 | 1.67 |
| 15 | 1.71 |
| 16 | 1.90 |

**الحل :**

**النتيجة (أمتار وأجزائها)**

**1.90**

**1.80**

**1.70**

**1.60**

**1.50**

**1.40**

**السنوات صفر**

**17 16 15 14 13**

ولبيان ما جئنا به في أعلاه من إجراءات، ندرج الخطوات الآتية :

**1/** نرصد السنوات التي على المحور السيني (الأفقي) ، وقيم الظاهرة المقاسة (نتائج اختبار الوثب الطويل من الثبات) على المحور الصادي (العمودي).

2/ نرصد النقاط على الرسم البياني والتي مساقطها الأفقية السنوات، والعمودية قيم الظاهرة.

3/ نصل بين نقطة والنقطة التي تليها بخط مستقيم أو خطوط متقطعة.

ملاحظة : الإشارة ( ) تعبر عن انقطاع استمرارية المحور السيني أو الصادي من نقطة الأصل.

**عرض البيانات المبوبة :**

سبق أن تعرضنا إلى التوزيعات التكرارية وأساليب جدولتها. وحتى تكتمل الصورة لهذه التوزيعات البيانية، لابد من تمثيلها بالرسم. وحيث أن هنالك عدة طرائق لتمثيل التوزيعات التكرارية بالرسم ؛ لذلك أصبح من المناسب التعبير عن الأرقام التي يتضمنها جدول التوزيع التكراري بالرسم بأي من الطرائق الأربعة الآتية :

**1/** المدرج التكراري (الهيستوجرام).

2/ المضلع التكراري.

3/ المنحنى التكراري.

4/ المنحنى التكراري المتجمع.

وسنشرح في التالي كل واحدة من هذه الطرائق بالتفصيل. ومن أجل التوضيح يمكننا الاستعانة في الشرح بالمعلومات الواردة في الجدول في أدناه، والذي يتضمن التوزيع التكراري لأوزان الرباعين المشاركين في بطولة العالم للشباب عام 2006 ميلادية.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **فئات الوزن (كغم)** | **مركز الفئة** | **عدد المشاركين** |
| 50 - | 55 | 5 |
| 60 - | 65 | 38 |
| 70 - | 75 | 15 |
| 80 - | 85 | 17 |
| 90 - | 95 | 9 |
| 100 - 110 | 105 | 16 |
| مجـ |  | 100 |

**المدرج التكراري :**

يقصد بالمدرج التكراري (مجموعة المستطيلات المتلاصقة والمقامة على المحور السيني (الفئات)، قواعدها أطوال الفئات وارتفاعاتها تكرار كل فئة) أو هو (عبارة عن مستطيلات راسية تتناسب مساحاتها مع تكرار الفئات. فإذا كانت الفئات متساوية كان ارتفاع المستطيلات متناسباً مع التكرار). والذي يجدر الانتباه إليه، هو أن المقارنة بين التكرارات تتم على أساس مقارنة مساحة المستطيلات، إذ يكون مجموع مساحة المستطيلات معبراً عن التكرار الكلي للتوزيع.

وبما أن مساحة كل من المستطيلات المكونة للمدرج التكراري يجب أن تتناسب مع التكرارات، وان مساحة المستطيل تساوي قاعدته في ارتفاعه، عليه : سيكون ارتفاع كل مستطيل مشتقاً من الجدول التكراري دون أي تغير. هذا في حالة الفئات متساوية ، أما إذا كانت الفئات غير متساوية، فيجب تغيير رقم التكرار عند الرسم على أن يحافظ على نسب المساحات، وذلك بأن تنسب أطوال الفئات إلى طول اقصر فئة، ثم لقسم التكرارات على هذه النسب المستخرجة فنحصل على تكرارات معدّلة تستخدم في الرسم.

ونود هنا أن نذكر أن المعلومة المذكورة أنفاً، تعنى بالجداول التكرارية المغلقة، أما الجداول التكرارية المفتوحة (من طرف أو من طرفين) فنجد أن رسم المدرج التكراري عندها يكون من الصعوبة بمكان، لأن رسم المستطيل الخاص بالفئة المفتوحة سيكون اقرب إلى المستحيل، وذلك لأننا لا نعرف طول قاعدته وإذا تعذر تحديد طول الفئة المفتوحة تستبعد عند الرسم. ولكن، برغم هذا فان توافرت لدينا إمكانيات تحديد طول الفئة المفتوحة، يمكن رسمها طبقاً للبيان الذي أمكن الوصول إليه. وللحصول على المدرج التكراري، لابد من إتباع الخطوات الآتية :

**1/** نرسم مستقيمين متعامدين يمثلان المحورين السيني والصادي، احدهما يمثل الفئات الفعلية (السيني) والآخر يمثل التكرارات (الصادي).

**2/** نختار للمحور الأفقي مقياس رسم بحيث يكفي لجميع الفئات، وللمحور العمودي مقياس رسم أخر بحيث يكفي لوضع اكبر تكرار في الجدول.

3/ نرصد بداية الفئات الفعلية، وعندما نصل إلى نهاية أخر فئة نرصد حدها الأعلى.

4/ نقيم مستطيلات متلاصقة، بحيث تمثل كل فئة مستطيل قاعدته طول الفئة وارتفاعه تكرارها. أي التكرار المقابل لتلك الفئة.

ولإيضاح ذلك، نعود إلى مثالنا الذي يعنى بأوزان الرباعين الشباب المشاركين في بطولة العالم عام 2006م، ونمثل تكرارهم بالمدرج الآتي :

**عدد المشاركين**

40

35

30

25

20

15

10

5

صفر

**الوزن 110 100 90 80 70 60 50**

**المضلع التكراري :**

المضلع التكراري ، خط بياني متكسر يصل بين النقط التي أحدثها مراكز الفئات والتكرارات. وبمعنى أخر انه سلسلة من المستقيمات تصل النقط الممثلة للفئات وتكراراتها. ويرسم المضلع التكراري بطريقتين هما :

**1/ طريقة المدرج التكراري :** ويتفق على هذه الطريقة العديد من الإحصائيين، إذ يمكن رسم المضلع التكراري عندما يكون المدرج التكراري لتوزيع ما معلوماً، وذلك من خلال تنصيف القواعد العليا لمستطيلات المدرج التكراري ثم نصل بين هذه النقط بمستقيمات. وهنا يفضل أقفال المضلع التكراري مع المحور الأفقي. ولرسم المضلع التكراري بهذه الطريقة نتبع الخطوات الآتية :

**أ/** زيادة مركز فئة افتراضي يسبق مركز الفئة الأولى، ومركز فئة أخر يلي مركز الفئة الأخيرة، على أن يكون تكرار كل منها صفراً. وغاية هذه الزيادة لإغلاق المضلع التكراري من كلا طرفيه على المحور السيني (الأفقي).

ب/ رسم المدرج التكراري بحسب الخطوات التي تطرقنا إليها أنفاً.

ج/ ننصف قواعد المستطيلات العليا.

د/ نصل بين كل نقطة والنقطة التي تليها بخط مستقيم فيكون الناتج عبارة عن مضلع تكراري.

وبعودة إلى مثالنا السابق، يكون تمثيلنا للمدرج التكراري بهذه الطريقة على الشكل الآتي :

**عدد المشاركين**

40

35

30

25

20

15

10

5

**صفر**

**الوزن 110 100 90 80 70 60 50**

وهنا تجدر الإشارة إلى انه في مثل هكذا رسم – أي رسم المضلع التكراري عن طريق المدرج التكراري – فان المساحة التي يحصرها المضلع التكراري مساوية للمساحة التي يحصرها المدرج التكراري، لأن المضلع يحذف أجزاء من المدرج وتزاد عليه أجزاء . والحقيقة أن كل من الأجزاء المزيدة والمحذوفة متساوية في المساحة.

**2/ طريقة مراكز الفئات :** بغية توضيح الأرقام الواردة بالجدول التكراري في مضلع، لابد من أن نبدأ برسم المحورين الأساسيين المتعامدين على أن يكون المحور الأفقي للفئات والمحور العمودي لتكراراتها ؛ ولأن العمل سيكون هنا مع مراكز الفئات لابد من تأشير هذه المراكز على المحور الأفقي ومن خلال رصد هذه المراكز الفئوية، تتصور إقامة أعمدة تتناسب مع التكرارات لتحديد النقط المكونة للمضلع التكراري بعد توصيلها ببعض. ولرسم المضلع التكراري بهذه الطريقة نتبع الآتي :

**أ/** إيجاد مراكز الفئات على المحور الأفقي (السيني).

ب/ تحديد النقطة التي تقابل مركز كل فئة على المحور العمودي.

ج/ إيصال مستقيمات بين النقط المحددة.

ولتطبيق هذا السياق بالرسم نعود إلى مثالنا السابق، إذ تأتي نتائج رسم المضلع التكراري كما يأتي، وذلك في ضوء البيانات المعنية به.

**عدد المشاركين**

40

35

30

25

20

15

10

5

صفر

**الوزن 110 100 90 80 70 60 50**

بقي أن نبين، أن من الصعب جداً محاولة المقارنة بين توزيعين تكراريين مختلفين لظاهرة واحدة، وذلك عن طريق مقابلة مدرجيهما التكراريين، لأن الشكل المرسوم لهما سيكون فيه الكثير من الأعمدة والمستطيلات المتداخلة التي تجعل من الشكل شيئاً غامضاً ومهما. والحال هذا سيجعلنا مضطرين إلى استخدام وسيلة أخرى تكون المفاضلة فيها أسهل والمقارنة أنفع، ولا أفضل من المضلع التكراري ليكون الوسيلة المطلوبة. وعند المقارنة في هذه الوسيلة لأي توزيعين تكراريين يفترض أن تكون الفئات المتناظرة فيها متساوية المدى، وان يكون لها نفس البدايات والنهايات ، وإلاّ ستكون المقارنة لا فائدة منها. وهذه هي من فضائل هذه الوسيلة في العرض البياني.

ولكن يصدف في بعض الأحيان، وعند تمثيل البيانات المبوبة بالرسم تكون إحدى فئات التوزيع التكراري خالية من التكرارات. " وعند هذا يتوجب علينا إلاّ نهملها في الرسم، وإنما نضع لها نقطة تدل عليها بحيث تقع في مركزها تماماً وعلى المحور الأفقي، وبالتالي نصلها بالنقطة السابقة لها في الرسم ، وكذلك مع النقطة اللاحقة بها في الرسم نفسه، كما هو الحال بالنسبة للنقاط (مراكز الفئات) الباقية، والمعنية بالأعمدة التكرارية.

**المنحنى التكراري :**

للتعبير عن المنحنى التكراري، نقول : هو الممهد للمضلع التكراري ويكون رسمه عن طريق تحديد النقط أمام مراكز الفئات، كما هو الحال مع المضلع التكراري. أي إن كل من المنحنى والمضلع التكراريين يعتمدان في رسمهما على مراكز الفئات. إلاّ أن الفرق بينهما هو أن المضلع التكراري نصل بين نقاط مراكز الفئات فيه بمستقيمات، في حين أن المنحنى التكراري نصل بخط ممهد غير منكسر، ومستمر يمر بجميع هذه النقاط. والخط الممهد هنا يعتمد على المهارة الشخصية للإحصائي، وقد يقتضي التمهيد عدم وقوع جميع النقط على الخط المنحني، بل يمر بينهما، كما أن المساحة التي يحصرها قد لا تساوي مساحة المدرج أو المضلع التكراري بالضبط.

والمنحنى التكراري يعد من أفضل الوسائل لتمثيل التوزيعات التكرارية بيانياً، خاصة إذا ما أحسن رسمه. وهو عادة ما يستخدم في الحالات التي تكون فيها البيانات كبيرة الحجم، وذات فئات أطوالها صغيرة والمتغير المقاس فيها مستمر، كالطول، الوزن، العمر، الزمن ... وغير ذلك. ولرسم منحنى تكراري الوارد في مثالنا السابق يكون العمل على النحو الآتي **:**

**1/** نحدد مراكز الفئات والتكرارات المناظرة لها ، بعد رسم الإحداثيين، الأفقي للفئات والعمودي للتكرارات.

**2/** في ضوء البيانات المتاحة نعين النقط ونصل بينها بمنحنى مستمر ممهد، وكما في الأتي:

**عدد المشاركين**

40

35

30

25

20

15

10

5

صفر

**الوزن 110 100 90 80 70 60 50**

واستكمالاً لما بدأناه، نجد في حالات معينة وعندما نرسم منحنى تكراري على مدرج تكراري، فان المنحنى حينما يستبعد جزءاً من مستطيلات المدرج قد لا يزيد عليها جزءاً مساوياً كما في حالة المضلع التكراري، إلاّ إذا كانت الفئات صغيرة جداً وبحال قد ينطبق فيه المنحنى على المضلع. والمنحنيات التكرارية تأخذ إشكالاً مختلفة بحسب تغير الظاهرة المقاسة وقيمها، وقد لا يتطابق أي شكل مع شكل أخر إلاّ إذا اتفقنا في توزيعهما التكراري. ورغم هذا نرى أن الشكل العام للمنحنيات التكرارية لا يخرج عن التصنيفات الآتية :

**أولاً : من حيث الالتواء والتماثل، ويمكن أن نجده بالأنواع الآتية :**

**أ/ منحنى تكراري متماثل :**

يطلق على المنحنى اسم (المتماثل)، إذا أسقطنا من قمته عموداً على قاعدته انقسم إلى نصفين متطابقين، فان كان جانباه ينحدران في تناسق كان (معتدلاً)، وهذا يعني أن مثل هذا المنحنى له محور تماثل يقسمه إلى قسمين متطابقين ومتشابهين.

**ب/ منحنيات تكرارية غير متماثلة :**

وهذه المنحنيات نجدها بأنواع كثيرة، منها المنحنيات الملتوية الموجبة، والتي يكون امتدادها إلى يمين محور التماثل، وكذلك منها المنحنيات الملتوية السالبة التي يكون امتدادها إلى يسار محور التماثل. والمنحنى التكراري غير المتماثل، هو ذلك المنحنى الذي لا يتساوى فيه انحدار جانبيه. بمعنى لا ينطبق نصفاه إذا قسمناه بعمود من قمته. ويسمى بالملتوي السالب، إذا ما كان المنحنى يصعد إلى القمة سريعاً ويهبط ببطء مما يجعل طرفه الأيمن يمتد مسافة أطول من طرفه الأيسر، ويقال له المنحنى الملتوي الموجب إذا كان المنحنى يصعد إلى قمته ببطء ويهبط بسرعة مما يجعل طرفه الأيسر يمتد مسافة أطول من طرفه الأيمن.

**منحنى متماثل حول الوسط**

**منحنى ملتو نحو اليمين منحنى ملتو نحو اليسار**

**ثانياً : من حيث التدبيب** ، وهذا قد يكون بنوعين ، هما المنحنى المدبب والمنحنى المفرطح. فإذا ما اسقطنا عموداً من قمة المنحنى على قاعدة ذلك المنحنى انقسم إلى نصفين متماثلين. وفي حال ضيق المنحنى المتماثل في وسطه عن شكله الاعتدالي ، وكذلك ضيق قمته وازدياد ارتفاعه النسبي عن المعتدل ، عدّ ذلك المنحنى مدبباً. أما إذا انقطع المنحنى المتماثل في وسطه عن شكله المعتدل واتسعت قمته سمي (مفلطحاً). ومن هذا نجد أن شكليهما كالآتي :

**منحنى مفرطح منحنى مدبب**

**ثالثاً : من حيث عدد القمم** ، قد يكون منحنى وحيد القمة ، وهذا يكون في المنحنيات المتماثلة، وغالباً ما نجده في البيانات المتجانسة. ولكن يحدث أن تكون هناك منحنيات متعددة القمم، ومثل هذه المنحنيات تمثل مجاميع تتألف من بيانات غير متجانسة، تتركز كل مجموعة حول قيمة تكون قمة في المنحنى.

**منحنى وحيد القمة**

**منحنى ثنائي القمة منحنى ثلاثي القمة**

**أشكال المنحنيات :**

في بعض الأحيان يحدث أن تكون هنالك منحنيات مبتورة، وهي منحنيات غير كاملة ، ففيها منحنيات مقطوعة الذيلين أو أحدهما. بسبب وجود حائل يمنع ظهور جزء من التوزيع. ومثل هذه المنحنيات تعبّر عن أشكالها، والتي نجدها في الآتي :

**1/ منحنى ذو الشكل النوني :** في الغالب ، يرجع إلى تداخل مجموعتين مختلفتين في الظاهرة المبحوثة ، ويكون شكله يشبه حرف النون في اللغة العربية ( U ) وفي أحيان أخرى يطلق عليه منحنى ذو قمتين. وهو على الشكل الآتي :

**2/ منحنى ذو الشكل اللامي :** ويمكن تسميته بالمنحنى التكراري ذو الفرع الواحد. ونجده في حين هابطاً من اليسار إلى اليمين، وفي حين آخر يكون صاعداً من اليسار إلى اليمين، ويتمثل شكله بالرسم الآتي :

**المنحنى التكراري المتجمع :**

يرى بعض الباحثين أن المنحنى التكراري المتجمع هو الطريقة الرابعة من طرائق تمثيل بيانات الجدول التكراري بالرسم. وقد يستخدم هذا المنحنى في حالات خاصة يراد فيها تراكم وتجميع التكرارات في الفئات المتتالية. ولهذا عندما نسعى إلى رسم المنحنى التكراري المتجمع نحتاج تجميع تكرارات الفئات بعضها إلى بعض ، وقد يجري التجميع بإحدى الطريقتين الآتيتين :

**1/** التجميع الصاعد للتكرارات.

2/ التجميع النازل للتكرارات.

**المنحنى التكراري المتجمع الصاعد :**

يقصد بعملية التجميع الصاعد للتكرارات ، هو " أن نبدأ بتكرار الفئة الدنيا في التوزيع ونزيد على تكرار الفئة التي بعدها، ثم نزيد على تكرار الفئة الثالثة مجموع تكرارات الفئتين الأولى والثانية ... وهكذا "

من هذا نجد أن التكرار المتجمع الصاعد، هو تجميع التكرارات البسيطة لكل فئة من تكرارات الفئات السابقة لها، وعليه : يكون التكرار المتجمع عند أي فئة ممثلاً لعدد التكرارات التي تقل عن الحد الأعلى لتلك الفئة.

فإذا رسمنا منحنى يمثل التكرارات المتجمعة عند الحدود العليا للفئات، كان رسمنا يعبّر عن المنحنى المتجمع الصاعد، الذي يستلزم رسمه تحويل الجدول التكراري إلى جدول تكراري متجمع صاعد، يكون فيه التكرار المتجمع في الفئة النهائية يساوي مجموع التكرارات جميعها. ولرسم هذا المنحنى لابد من إتباع السياق الآتي :

**1/** من الجدول التكراري البسيط نكوّن جدولاً تكرارياً متجمعاً صاعداً.

2/ نثبت نقاطاً على المحور الأفقي، إحداثياتها الحدود العليا للفئات، كذلك نؤشر نقاطاً على المحور العمودي، إحداثياتها التكرار المتجمع الصاعد.

3/ حصيلة التقاء امتداد النقطتين على المحورين (الأفقي والعمودي) نقطة ذات خصوصية، وهكذا بقية النقاط يكون لها سمة الاستقلالية عن بعضها. وللحصول على منحنى متجمع صاعد، نصل هذه النقاط ببعضها وبخط منحن، وهو موضح في المثال الآتي :

**مثال :** من الجدول التكراري المتجمع الصاعد التالي ارسم منحنى تكراري متجمع صاعد.

|  |  |
| --- | --- |
| **الحدود العليا للفئات** | **التكرار المتجمع الصاعد** |
| اقل من 5.5 | صفر |
| اقل من 8.5 | 3 |
| اقل من 11.5 | 8 |
| اقل من 14.5 | 15 |
| اقل من 17.5 | 21 |
| اقل من 20.5 | 25 |

**الحل :**

**التكرارات**

**35**

**30**

**25**

**20**

**15**

**10**

**5**

الحدود العليا للفئات **صفر**

**20.5 17.5 14.5 11.5 8.5 5.5**

**المنحنى التكراري المتجمع النازل :**

التجميع للتكرارات مشابه في مبدئه للتجميع الصاعد لها، الاّ انه عند هذه الحالة يكون البدء بتكرارات الفئة العليا في التوزيع التكراري (في اسفل الجدول التكراري) يضاف لها تكرارات الفئة التي تسبقها، وهكذا حتى نصل الى تكرار الفئة الدنيا، فيكون عندها مجموع التكرارات.

وعلى هذا يكون التكرار المتجمع النازل عبارة عن تجميع للتكرارات البسيطة لكل فئة من تكرارات الفئات اللاحقة لها، ويكون التكرار المتجمع عند أي فئة ممثلاً لعدد التكرارات التي تزيد عن الحد الأدنى لتلك الفئة. فإذا رسمنا منحنى يمثل التكرارات المتجمعة عند الحدود الدنيا للفئات سمي مثل هذا المنحنى بـ (المنحنى المتجمع النازل). ولرسمه، لابد من تحويل الجدول التكراري الى جدول تكراري متجمع نازل، يكون فيه التكرار المتجمع في الفئة الاولى يساوي مجموع التكرارات جميعها. أي انه سيكون التعامل هنا مع الحدود الدنيا للفئات. ومن الجدير بالذكر أن نقول: إن أي من الجداول التكرارية المنتظمة وغير المنتظمة تمكّن الباحثين من رسم المنحنيات التكرارية المتجمعة بنوعيها الصاعد والنازل. ولتنفيذ عملية رسم المنحنى المتجمع النازل ، لابد من اتباع السياق الاتي :

**1/** من الجدول التكراري البسيط ، نكوّن جدولاً تكرارياً متجمعاً نازلاً.

2/ نثبت النقاط، أصلها نقاط موضوعة على المحور الافقي – تمثل الحدود الدنيا للفئات – والمحور العمودي – تمثل التكرارات المتجمعة النازلة.

3/ نوصل هذه النقاط مع بعضها بخط منحن، يمثل المنحنى التكراري المتجمع النازل.

والمثال التالي يوضح الكيفية التي يعرض بها رسم المنحنى التكراري المتجمع النازل.

**مثال :** من الجدول المتجمع النازل الآتي ارسم منحنى نازل.

|  |  |
| --- | --- |
| **الحدود الدنيا للفئات** | **التكرار المتجمع النازل** |
| 5.5 فأكثر | 25 |
| 8.5 فأكثر | 22 |
| 11.5 فأكثر | 17 |
| 14.5 فأكثر | 10 |
| 17.5 فأكثر | 4 |
| 20.5 فأكثر | صفر |

**الحل :**

**التكرارات**

**35**

**30**

**25**

**20**

**15**

**10**

**5**

الحدود الدنيا للفئات **صفر**

**20.5 17.5 14.5 11.5 8.5 5.5**

**\*\* تمارين عن الفصل الثاني \*\***

**1/** ما المقصود بالبيانات ؟ وما فرقها عن المعلومات ؟

2/ تكلم بإيجاز عن أساليب جمع البيانات، موضحاً أهم الأخطاء الشائعة في عملية جمعها (البيانات).

3/ من أين تؤخذ البيانات ؟ وما هي مصادرها ؟ وما هي خطوات جمعها.

4/ كيف تبوّب البيانات ؟ وما هي أساليب معالجتها ؟

5/ كيف تصمم الجداول الإحصائية ؟ وما هي عملية العرض الجدولي للبيانات ؟

6/ ما المقصود بالتوزيع التكراري ؟

7/ وضح أهم الطرائق المتداولة في بيان عدد الفئات في الجداول التكرارية.

8/ ما مدى الفئة ؟ وكيف يحدد طول الفئة ؟

9/ من الأعداد التالية كوّن ثماني فئات بمختلف صور كتابة الفئات :

53 ، 36 ، 35 ، 80 ، 19 ، 69 ، 77 ، 32 ، 64 ، 12 ، 72 ، 60 ، 86 ، 32 ، 21 ، 75 ، 16 ، 70 ، 19 ، 58 ، 95 ، 44 ، 50 ، 41 ، 54 ، 47 ، 66 .

10/ هل هذه الجملة صحيحة ؟ وكيف ؟

دراسة خواص المجتمعات الإحصائية الكبيرة بطريقة العينات توفر الوقت والمجهود. ولكن هذا على حساب الدقة في النتائج ولذلك لا يمكن الاطمئنان إلى إعمام خواص العينة على المجتمع الأصلي.

11/ في اختبار للوثب لطويل ، كانت نتائج رياضيين ناشئين هي :

3.63 ، 4.20 ، 3.70 ، 3.42 ، 4.40 ، 4.10 ، 3.66 ، 4.03 ، 4.12 ، 4.80 ، 3.76 ، 3.62 ، 3.86 ، 3.70 ، 4.43 ، 4.70 ، 3.01 ، 4.10 ، 4.50 ، 4.10 ، 3.84 .

المطلوب ، تفريغ البيانات في جدول تكراري طول الفئة فيه مرّة (30) سم ، وأخرى (50) سم، مع تكوين تكرار متجمع صاعد أولاً ونازل ثانياً لبياناته (الجدول التكراري).

**12**/ اجر اختباراً في قذف الثقل على زملائك في الصف ، ودّون المسافات المتحققة في رمية كل زميل، و ثم رتب هذه النتائج في جدول تكراري وارسم منحنى بهذه النتائج.

13/ في أدناه قيم متناظرة تمثل وزن طلاب التربية الرياضية (ص) وأطوالهم (س) المطلوب : وضع هذه القيم في جدول توزيع تكراري منفرد لكل صفة، ومن ثم وضعها في جدول تكراري مزدوج.

(س) سم : 165 ، 157 ، 170 ، 159 ، 159 ، 160 ، 160 ، 160 ، 170 ، 175 ،

175 ،180 ، 165 ، 173 ، 175 ، 154 ، 170 ، 170 ، 165، 170 ، 154 .

(ص) كغم : 60 ، 70 ، 75 ، 55 ، 60 ، 65 ، 90 ، 56 ، 83 ، 65 ، 45 ، 49 ، 46 ،

45 ، 72 ، 56 ، 74 ، 69 ، 60 ، 48 .

14/ من القيم التالية ، كوّن جدولاً تكرارياً طول فئة (3)، ثم مثلّ بالرسم مضلعاً تكرارياً ومدرجاً تكرارياً ومنحنياً تكرارياً.

(15 ، 37 ، 28 ، 25 ، 18 ، 50 ، 22 ، 27 ، 32 ، 14 ، 15 ، 22 ، 29 ، 38 ، 36 ، 42 ، 45 ، 38 ، 44 ، 26 ، 34 ، 25 ، 46 ، 34 ، 28 ، 19 ، 32 ، 24 ، 25 ، 17 ، 17 ، 23 ، 27 ، 35 ، 22 ، 49 ، 45 ، 25 ، 27 ، 28 ، 5 ، 37 ، 8 ، 19 ، 22 ، 35 ، 30 ، 23 ، 38 ، 16).

15/ يمثل الجدول الآتي عدد اللاعبين واللاعبات في أربع أندية رياضية، حاول عرض هذه البيانات بوساطة احد الأشكال البيانية المناسبة.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| النادي الرياضي | اللاعبون | اللاعبات | المجموع |
| A | 70 | 65 | 135 |
| B | 65 | 50 | 115 |
| C | 95 | 30 | 125 |
| D | 30 | 30 | 60 |

**16**/ متى نستخدم طرائق العرض البياني الآتية :

1. الأشرطة البيانية.
2. الدائرة البيانية.
3. المستطيل البياني.
4. المنحنى البياني.
5. المدرج التكراري.
6. الأشكال والصور الهندسية.
7. المضلع التكراري.
8. المنحنى التكراري.

17/ قارن بين المنحنيات المتماثلة وغير المتماثلة بالعرض البياني مع التعليق على كل منها.