**ب- إحصاء فيرمي- ديراك**

يطبق هذا الاحصاء على الجسيمات التي عددها الكمي البرمي يساوي مضاعفات فردية لل  أي ان :-



وتسمى هذه الجسيمات بالفرميونات وهذه الجسيمات مثل الالكترونات و البروتونات و النيوترونات و تخضع هذه الجسيمات لمبدأ الاستبعاد لباولي، حيث لايوجد جسيمان في المنظومة بنفس الحالة الكمية أي ان الحالة الكمية تشغل بجسيم واحد فقط.

و لأستنتاج توزيع أو احصاء فيرمي-ديراك لنأخذ فيرميونات متماثلة كالالكترونات عددها N و تتواجد في وعاء مغلق حجمه ثابت V و معزول حراريا عن المحيط و في حالة اتزان. و لنأخذ احد مستويات هذه المنظومة الذي طاقته Ei ويحتوي على Ni من الجسيمات و على gi من الحالات.

1

2

3

gi

………………….......

و لنحسب عدد التوزيعات الممكنة لهذه الجسيمات

الجسيم عدد الحالات

الاول gi

الثاني gi-1

الثالث gi-2

الاخير (Ni) gi-Ni+1

و يكون عدد التوزيعات لهذه الجسيمات هو:-



و بضرب المعادلة الاخيرة بالمقدار  نحصل على:-



هذا في حالة الجسيمات المتميزة اما في حالة الجسيمات المتماثلة فيجب ان نقسم على (Ni)! :-



و بذلك يكون عدد التوزيعات لجميع جسيمات المنظومة هو:-



و بما ان الاحتمالية الثرموديناميكية تاخذ القيمة العظمى في حالة الاتزان و عندها يكون:-









و لما كانت المتغيرات (dNi) ليست جميعها متغيرات مستقلة لذلك لايمكن القول ان معاملاتها تساوي صفر و لهذا سنستخدم طريقة لاكرانج للمعاملات المضاعفة:-



و بما ان النظام معزول حراريا فان:-



و بجمع المعادلات (3و4و5) نحصل على:-



و باختيار مناسب لقيم αوβ يمكن جعل المقدار بين القوسين يساوي صفر





و المعادلة (6) تمثل احصاء فيرمي- ديراك

يمكن كتابة المقدار (βEi-α) بالشكل :-



حيث ان EF تسمى طاقة فيرمي و 

و بذلك ستصبح المعادلة (6) كما يلي:-



و يمكن توضيح المعنى الفيزياوي لطاقة فيرمي كما يلي:-

بقسمة المعادلة (7) على gi نحصل علىك-



و المعنى الفيزياوي لدالة فيرمي هو عدد الجسيمات التي تشغل الحالة الواحدة و بذلك تكون دالة فيرمي اصغر أو تساوي واحد:-



EF>Ei

EF

At 0 K

EF

1

2

3

4

5

حيث ان طاقة فيرمي هي الحد الفاصل بين المستويات المملوءة التي تكون اقل منها و المستويات الفارغة و التي تكون اعلى منها عند الصفر المطلق.

و يمكن حساب طاقة فيرمي كما يلي:-

عندما تكون مستويات الطاقة متقاربة جدا فيمكن كتابة المعادلة (7) كما يلي:-



و يمكن كتابة dg بدلالة الطاقة كما يلي :-



و بما ان الطاقة الحركية تساوي  و بالتعويض نحصل على:-

 للألكترونات

ضربت المعادلة اعلاه في 2 و ذلك لأنه في حالة الالكترونات فان هنالك اتجاهين للبرم  و  و لهذا فان عدد الحالات يتضاعف.

اذن المعادلة (9) تصبح:-



Or 



حيث ان F(E) تساوي واحد من ( 0 الى EF )



و باعادة الترتيب فان :-

 At Zero K

حيث  الكثافة العددية

 درجة حرارة فيرمي