**مادة أسس الرياضيات/ الكورس الأول المرحلة الأولى السنة الدراسية2018-2019**

**المحاضرة 1**

**تعريف 1.** إن المصطلحات "مجموعة", "عنصر" , ينتمي اليها هي مصطلحات بدائية (لا تحتاج إلى تعريف). تعتبر المجموعة مجموعة من الأشياء تسمى العناصر. إذا كانت x عنصرًا من مجموعة S ، فنحن نقول "x ينتمي إلى S" أو "x في S" ، ونكتب "x ∈ S". وبالمثل، نكتب y $\notin $ S إذا لم يكن y ينتمي إلى S. نكتب S = {a, b, c, ...} للدلالة على أن S هي المجموعة التي تكون عناصرها a و b و c وما إلى ذلك. نكتب أيضًا a, b, c,... $\in $ $ للدلالة على أن كل من a ، b ، c .... في $.
بشكل عام سنستخدم الأحرف الكبيرة A و B و C و ... لتحديد مجموعات الأحرف الصغيرة والأحرف a و b و c .... لعناصر المجموعات. سوف نرى لاحقا أن هناك استثناءات لهذه القاعدة. أحيانا نكتب {كرسي} للدلالة على مجموعة جميع الكراسي.
**بديهية 1.** يقال للمجموعة معرفة بشكل جيد well defined. اذا كان من الممكن دائماً تحديد ما إذا كان x ينتمي إلى S ام لا (x اي شيء).

نتفق على أن تكون جميع المجموعات معرفة بشكل جيد. على سبيل المثال، إذا كانت S = {1, 2, 3, 4} فان

3$\in S$ و 7$\notin $ S أيضا $\notin $ S حسن. بغض النظر عن أي شيء مذكور، يمكن للمرء دائما أن يقرر، بمقارنته مع 1 و 2 و 3 و 4، سواء كان ذلك في S أم لا. ومن ثم يتم تعريف S بشكل جيد. يمكن للقارئ التحقق بسهولة من أن مجموعة M لجميع المدارس في العراق هي أيضا معرفة بشكل جيد.
من ناحية أخرى، لتكن E مجموعة الطلاب الخمسة الذين تعلموا أكثر في مادة علم المثلثات في العام الماضي. في هذه الحالة ليس واضحا كيف يمكن للمرء أن يقرر ما إذا كان شخص معين هو عضو في هذه المجموعة. أنه لم يشر إلى كيف يمكن للمرء أن يقول من "تعلم أكثر". هذه المجموعة ليست كذلك محددة جيدا، وبالتالي فهي ليست مجموعة، لأنه لا يمكن تحديد عضويتها من المعلومات المقدمة. على النقيض من هذه المجموعة لتكن F مجموعة الطالبين اللذين سيحصلان على أعلى الدرجات في تلك المادة لهذا الفصل. هوية هؤلاء الطلاب غير معروفة في هذا الوقت ، ولكن عند اعلان جميع الدرجات ، يجب أن يكون هناك طالبين لهما معدلات أعلى من بقية الطلاب في الفصل. وبالتالي نتفق على أن المجموعة F محددة بشكل جيد, على الرغم من عدم إمكانية تحديد عضويتها في الوقت الحالي.
 **تعريف 2**. نذكر "A يساوي B" ، ونكتب " A = B " تشير إلى أن المجموعتين A و B لهما نفس العناصر. خلاف ذلك نكتب A" ≠ "B. بالرموز A = B اذا وفقط اذا $\leftrightarrow $ x $\in $ A x $\in $ B.
وبالتالي، فإن مجموعة الأحرف في كلمة "banana" هي {a، b، n} وهذا يعني {b، a، n، a، n، a} = {a، b، n} ، حيث لا يوجد حرف في أي من المجموعتين لا تنتمي إلى مجموعة أخرى. أيضا، إذا كان E هو مجموعة من الأرقام الزوجية بين 2 و9 فانE={2, 4, 6, 8} . نلاحظ أن مجموعتين متساويتين إذا وفقط إذا كانت متطابقة. إن القول بأن المجموعتين A و B ليستا متساويتين يعني ان واحدة من هذه المجموعات لديها عنصر غير موجود في المجموعة الأخرى.
من الممكن ان نتصور ان المجموعة هي حقيبة وان عناصرها هي محتويات الحقيبة. إذا وصل المرء إلى حقيبة تحتوي على عدة أصناف، فهناك لا يوجد "عنصر أول" ، "عنصر ثاني" وهكذا. محتويات الحقيبة ليس لها أي ترتيب خاص. وبالمثل، فإن عناصر مجموعة ليست لها أي ترتيب خاص. لا تحتوي المجموعة على العنصر الأول والعنصر الثاني وما إلى ذلك وهكذا، على سبيل المثال، لدينا {a، b} = {b، a}. هذه الفكرة نفسها تم توضيحها أيضًا في مجموعة الأحرف في كلمة "banana" أعلاه.
في كثير من الأحيان يصعب أو لا يمكن إدراج جميع عناصر المجموعة, في هذه الحالة ، يتبع ذلك الترميز ، بوصف عناصر المجموعة.
 **تعريف 3**. الترميز notation { P | x }، حيث P هي عبارة حول العنصر x، يستخدم للدلالة على مجموعة جميع العناصر x التي تجعل العبارة P صحيحة. وتسمى هذه الطريقة لترميز المجموع طريقة توصيف المجموعة او بناء المجموعة. الخط العمودي في هذا الترميز يقرأ "بحيث ان" . يعني الترميز يقرأ هكذا " مجموعة كل x التي تحقق العبارة P"

 {x; x is an integer between 2 and 7} = {3, 4, 5, 6}

 {x; x is a real number and x 3 - x = 0} = {- 1, 0, 1}.

**بديهية 2. If S is a set and P is a meaningful statement for each element x of S, then**

**{x; x e S ^ P} is a set .**

**تعريف 4**

 **The null set, or empty set, is the set with no elements. We denote the null set by {} or by ϕ.**

مثال: {x| x is a real number and x 2 + 1 = 0}K=

x| x is a rational number and x 2  = 2} }L=

من الواضح ان K=L.

**بديهية 3**. المجموعة الخالية هي مجموعة. The null set is a set.

-المثال أعلاه يبين أن جميع المجموعات الخالية هي واحدة (متساوية).

- كذلك نستنتج من التعريف أن ϕ $\notin $ x هي عبارة صحيحة دائما.

- وان العبارة **ϕ**≠{ **ϕ}** هي عبارة صحيحة.

**تعريف 5**

 The universe, or universal set, usually denoted U is the set of all elements under discussion.

اذا كانت جميع المجموعات قيد البحث مجموعات جزئية من مجموعة ثابتة فان هذه المجموعة الثابتة تسمى مجموعة شاملة.

**تعريف 6** المجموعة الجزئية (علاقة الاحتواء)

We write A $⊆$ B, "A is a subset of B" or "A is contained in B," and B$⊇$ A, "B contains A" or "B is a superset of A," to denote that every element of A is an element of B. Symbolically

 A $⊆$ B iff x$\in $A→ x$\in $B.

**تعريف 7** الاحتواء الفعلي

We write A $⊂$ B, "A is a proper subset of B" or "A is properly contained in B," and B $⊃$ A, "B properly contains A" or "B is a proper superset of A," to denote that A is a subset of B but A is not equal to B. Otherwise we write A $⊄$ B and B $⊅$A. Symbolically,

A $⊂$ B iff A $⊆$ B and A ≠ B.

**تعريف** 8

If sets A and B have no elements in common, then we say they are disjoint.

**أمثلة:** تذكر في الصف

**تعريف 9**

We write A$⊆$ B$⊆$ C to denote that A$⊆$ B and B $⊆$ C.

**EXERCISES**

1. Which of the following determine (well-defined) sets.

a. The most clever person in this class. b. 5, 7, 13, and 58. c. All chairs in this room.

d. All wealthy people in the United States. e. All lines in a given plane.

f. All months having at least 29 days.

2. If x is the one-millionth decimal digit in the decimal expansion of $π$ = 3.14159 .... is {x} a set? Is 5 $ϵ$ {x}?

3. Find all equal sets.

a. {a, b, c, ..., z). b. {1, 3, 5, 7, 9). c. {x| x is a letter of the alphabet}. d. (5, 9, 3, 1, 7).

e. {p, q, r ..... z}. f. {x| x is an odd number between 0 and I0}. g. {I, 1, 3, 5, 7, 9}.

h. {1, 3, 5, 7, 9, 9, 9}. i. {z, y, x, w,..., a}. j. {{1}, {3}, {5}, {7}, {9}}.

4. Find the solution set for each equation in the indicated universe.

a. 2x 2 -3x - 5 = 0; natural numbers. b. 2x 2 - 3x - 5 = 0; real numbers.

c. 2x 2 - 3x - 5 = 0; integers. d. 2x2 - 3x - 5 = 0; rational numbers (fractions).

e. 2x2 - 3x - 5 = 0; complex numbers. f. 2x/(x2 - 9) + 2/(x + 3) = 1/(x - 3); real numbers.

g. $\sqrt{x+2}$ + $\sqrt{x^{2}-4}$ = 0; complex numbers. h. x2 + 1 = 0; complex numbers.

5. Which sets are subsets of other sets ?

a. {1, 3}. b. {1, 2, 3}. c. {2, 4}. d. {1, 2, 3, 4}. e. {3, 1}. f. {1}.

6. Which pairs of sets in Exercise 5 are disjoint ?

7. Which sets are proper subsets of which other sets in Exercise 5?

8. Which pairs of sets in Exercise 5 overlap ?

9. a. List all the subsets of {a, b, c}. b. List all the subsets of {a}, of {a, b}.

c. Can you tell how many subsets a set of n elements has ? Can you prove it ?

10. Write the set of letters in the word "Mississippi" by listing its elements.

11. Indicate which statements are true and which are false.

a. {teachers} $⊆$ {women}. b. {cows} $⊆$ {animals}. c. {quadrupeds} $⊆$ {dogs}.

d. {three-eyed cats} $⊆$ ϕ. e. {horses) $⊆$ {ponies). f. {students in this class} $⊆$ {"A" students}.

g. {hens} $⊆$ {birds}. h. {this book} $⊆$ {priceless treatises in mathematics}.